نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ کلاس ..... دهم .....

۱

چون تابع است پس به ازای هر x یک و فقط یک y دارد ← پس مابعدها به ازای a برابرند

$x^2+2a = a^2-4 \longrightarrow a=-2$

۲

$f(x)=\frac{x^2+a}{2(x)-(-1)+1}$ جای‌گذاری در ضابطه f

$f(2)=\frac{4+a}{3}=3 \longrightarrow a=11$

$f_{(x)}=\frac{x^2+11}{2x+1} \longrightarrow f_{(1)}=\frac{12}{3}=4$

نقطه $(2,3)$ در ضابطه g صدق می‌کند $\longrightarrow g(2)=2(2)+b=3$

$\hookrightarrow b=-1$

۳

$D_f = R-\{-1,4\}$

$2x^2+ax+b$ ریشه‌های مخرج هستند $\longrightarrow$ پس این ۲ تا

$x=-1 \rightarrow 2-a+b=0 \rightarrow a=b+2$

$x=4 \rightarrow 32+4a+b=0 \rightarrow 32+4b+4+b=0$

$b=-4 \text{ و } a=-2$

$f_{(x)}=\frac{4x+1}{2x^2-6x-1}$

$f_{(1)}=\frac{5}{2-6-1}=\frac{-5}{12}$

۴

ریشه مخرج -1 است و مضاعف است $\longrightarrow$ مخرج $=k(x+1)^2=k(x^2+2x+1)=-4x^2+ax+b$

$\Rightarrow k=-4 \rightarrow =-4x^2-12x-4$

$a=-12$, $b=-4$

$\longrightarrow a+b=-16$

۵

ریشه مخرج است که از دامنه حذف شده (نقطه اویه یا خروجی‌اش $\neq$ ت.ن باشد) و حالا مخرج $(x+1)(Ax)$ است ۲ حالت داریم $\longrightarrow$ یا A ریشه مضاعف ۱ دارد یا ریشه ندارد $(\Delta<0)$

حالت اول: $\Delta=0$

$m^2-4x+1=(x-1)^2=x^2-2x+1$

$\Rightarrow m=-2$

حالت دوم: $\Delta<0$

$m^2<4$

$-2<m<2$

اجتماع حالات: m در بازه $-2<m<2$ است

$\Rightarrow m\in[-2,2)$

Scanned with CamScanner

۶

$f(x) = \sqrt{\frac{4x^2-1}{ax^2}}$ ⇒ ① $a>0$ ⇒ زیر رادیکال ≥ 0 ⇒ $\frac{(2x+1)(2x-1)}{ax^2} \geq 0$ ⇒ $x \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$

② $a=0$ ⇒ خرج $\neq 0$ ⇒ $ax^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$

اشتراک ۲ شرط ⇐ $x \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty) - \{0\}$

$x \in \mathbb{R} - (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

۷

$f(x) = \sqrt{mx^2 + 4mx + m}$ ⇒ زیر رادیکال ≥ 0 ⇒ $mx^2 + 4mx + m \geq 0$

یعنی عبارت داخل رادیکال همواره نامنفی است

$\begin{cases} \Delta \leq 0 \rightarrow b^2 \leq 4ac \rightarrow 16m^2 \leq 4m \rightarrow m(4m-1) \leq 0 \\ a > 0 \rightarrow m > 0 \rightarrow m \in (0, +\infty) \end{cases}$

$m(4m-1) \leq 0$ ⇒ $m \in [0, \frac{1}{4}]$

اشتراک ۲ شرط: $m \in [0, \frac{1}{4}]$

اگر $m=0$ باشد عبارت زیر رادیکال همواره است و $f(x)$ خط $y=1$ می‌شود

۸

۲ تابع برابرند ⇐ دامنه‌ها برابرند و ضابطه‌ها برابرند

$g(x)$ یک تابع خطی با دامنه $\mathbb{R}$ است ⇐ $f(x)$ باید $\mathbb{R}$ = اجتماع شرط‌ها

$\begin{cases} x \neq a \rightarrow x \in \mathbb{R} - \{a\} \\ x = \frac{1}{2} \rightarrow x \in \{\frac{1}{2}\} \end{cases}$ پس $\mathbb{R} = (\mathbb{R} - \{a\}) \cup \{\frac{1}{2}\}$

$\hookrightarrow a = \frac{1}{2}$

و تابع $g(x)$ تنها باید جواب برابر با ضابطه دوم $f(x)$ یعنی $\frac{1}{2}$ داشته باشد:

$g(\frac{1}{2}) = 2 \rightarrow 2 = 4(\frac{1}{2}) + k \rightarrow k = 0$

$\hookrightarrow a+k = \frac{1}{2}$

۹

$f(1) = \frac{g(1)^2 - 4}{3(1)+2} = \frac{5}{5} = 1 \xrightarrow{\text{باید } g(1)} g(1) = 3(1) + b = 1$

$b = -2$

$f(-\frac{2}{3}) = g(-\frac{2}{3}) = \frac{3}{-\frac{2}{3}} - 2 = -4 = 3a(-\frac{2}{3}) + 2 \rightarrow -6 = -2a$

$a = 3$

$\rightarrow a - b = 5$

۱۰

$g(2) = f(2) \Rightarrow g(2) = 2+2 = 4 = 2a^2 + 2a \rightarrow a^2 + a - 2 = 0$

$(a+2)(a-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$

Scanned with CamScanner