(۱)

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & x\geq a \\ ax-6 & x<a \end{cases} \xrightarrow{x=a} x^2+2x=ax-6$$

$$a^2+2a=a^2-6$$

$$a=-3$$

(۲)

$$f(x)=\frac{x^2+a}{2x-b} \qquad g(x)=2x+b \qquad x=1 \Rightarrow f(1)=\frac{1+11}{2+1}=\frac{12}{3}=4$$

$$\xrightarrow{(2,3)} f(x)=\frac{4+a}{4-b}=3$$

$$x=2 \qquad g(x)=4+b=3$$

$$4+a=12-3b \qquad x=2 \qquad b=-1$$

$$a+3b=8$$

$$a=11$$

(۳)

$$f(x)=\frac{4x+1}{2x^2+ax+b} \qquad f(1)=\frac{4+1}{2+a+b}=\frac{5}{-12}$$

$$R-\{-1,4\} \xrightarrow{\cdot} \begin{matrix} x=-1 & 2-a+b=0 \rightarrow -a+b=-2 & \times -3 \\ x=4 & 32+4a+b=0 \rightarrow 4a+b=-32 & \times 1 \end{matrix}$$

$$5a=-30$$

$$a=-6$$

$$b=-8$$

(۴)

$$f(x)=\frac{x^3-\sqrt{x}}{-4x^2+ax+b} \qquad a+b=-12$$

$$R-\{-1\} \longrightarrow x=-1 \quad -4-a+b$$

$$(x+1)^2=x^2+2x+1$$

$$\begin{array}{r} x-4 \\ \hline -4x^2-8x-4 \\ -4x+a+b \end{array}$$

$$\begin{matrix} a=-8 \\ b=-4 \end{matrix}$$

$$f(x)=\begin{cases}\frac{4x^2-1}{2x-1} & x\neq a\\ 4x+k & x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$g(x)=2x+1$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}} gg(\tfrac{1}{2})=f(\tfrac{1}{2})$$

$$1+1=2+k$$

$$\boxed{k=0}$$

$$\frac{(2x)^2-1^2}{2x-1}=\frac{(2x-1)(2x+1)}{2x-1}$$

$$2x+1$$

$$2x-1\neq 0$$

$$\xrightarrow{a} 2a-1\neq 0$$

$$2a\neq 1$$

$$\boxed{a\neq\frac{1}{2}}$$

$$k+a=\boxed{\frac{1}{2}}$$

(۸)

(۹)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{9x^2-4}{3x+2} & x\neq-\frac{2}{3}\\ 2ax+2 & x=-\frac{2}{3}\end{cases}$$

خودشو میدارم برابر

$$g(x)=2x+b \longrightarrow \begin{matrix}\text{جایگزین}\\ \text{جایگزین}\end{matrix}$$

$$x=-\frac{2}{3}$$

$$\frac{(3x)^2-2^2}{3x+2}=\frac{(3x+2)(3x-2)}{3x+2}=3x-2$$

$$3x+2\neq 0$$

$$3x\neq -2$$

$$g(x)=2x+b$$

$$f(-\tfrac{2}{3})=g(-\tfrac{2}{3})$$

$$-4a+2=-2-b$$

$$-4a=-4$$

$$\boxed{a=1}$$

$$\boxed{b=-2}$$

$$a-b=1-(-2)=\boxed{3}$$

(۱۰)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & x\neq 2\\ 2a^2+ax & x=2\end{cases}$$

$$\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)}=x+2$$

$$g(x)=x+2 \xrightarrow{x=2} g(2)=f(2)$$

$$4=2a^2+2a$$

$$2a^2+2a-4=0$$

$$a^2+a-2=0$$

$$a+b+c=0$$

$$a=1 \quad a=\frac{c}{a}=\frac{-2}{1}=-2$$

(۳)

$$f(x)=\frac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$$

$R-\{1\}$ ← این بدست آمد از مخرج کسر

$\Delta=b^2-4ac \rightarrow \Delta=m^2-4<0$

$m^2<4$

$-2<m<2$

(۶)

$$f(x)=\sqrt{4-\frac{1}{x^2}}$$

$x\neq 0$

$4-\frac{1}{x^2}\geq 0 \rightarrow 4\geq \frac{1}{x^2}$

$-2\leq \frac{1}{x}\leq 2 \xrightarrow{\times x} -2x\leq 1\leq 2x$

$\begin{cases} -2x\leq 1 \rightarrow x\geq -\frac{1}{2} \\ 1\leq 2x \rightarrow x\geq \frac{1}{2} \end{cases}$

$D=(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},+\infty)$

(۷)

$$f(x)=\sqrt{mx^2+\underbrace{2m}_{S}x+\underbrace{1}_{P}}$$

$\begin{cases} \Delta\geq 0 \rightarrow 4m^2-4m\geq 0 \\ m>0 \\ S=\frac{-b}{a}=\frac{-2m}{m}=-2 \\ P=\frac{c}{a}=\frac{1}{m} \end{cases}$

$4m(m-1)\geq 0$

$0 \swarrow \quad 1 \swarrow$

$+\ 0\ -\ 0\ +$

$m\in[0,1]$