بهار سرشاری — ۲۰ — کلاس دهم دختر C — تکلیف ۲۸

۱- با توجه به محدوده های تعیین شده پس a در هر دو ضابطه باید جوابی یکسان بدهد.

جایگذاری

$a \to a^2+2a$

$a \to a^2-4$

$\Rightarrow a^2+2a=a^2-4 \Rightarrow \boxed{a=-2}$

۲- $f(x)=\dfrac{x^2+a}{2x-b}$ ، $g(x)=2x+b$ ، $(2,3)$ نقطه تقاطع ، $f(1)=?$

$(2,3) \to g(x) \Rightarrow 3=4+b \Rightarrow -1=b$. که یعنی در هر دو هست.

$\to f(x) \Rightarrow 3=\dfrac{4+a}{4+1} \Rightarrow a=11 \Rightarrow f(x)=\dfrac{x^2+11}{2x+1} \Rightarrow f(1)=\dfrac{12}{3}=\boxed{4}$

۳- $f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2+ax+b}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{-1,4\}$ ، $f(1)=?$

ریشه های مخرج

جایگذاری

$-1 \to 2-a+b=0 \xrightarrow{\times(4)} 8-4a+4b=0$

$4 \to 32+4a+b=0$

$\Rightarrow 40+5b=0 \Rightarrow b=-8$

$\Rightarrow a=-6$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{4x+1}{2x^2-6x-8} \Rightarrow f(1)=\dfrac{5}{-12}=\boxed{-\dfrac{5}{12}}$

۴- $f(x)=\dfrac{x^3-\sqrt{3}}{-4x^2+ax+b}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$ ، $a+b=?$

ریشه مخرج ← چون فقط یک ریشه است پس مخرج ریشه مضاعف دارد.

$k(x+1)^2=-4x^2+ax+b \Rightarrow \underbrace{k}_{-4}x^2+\underbrace{2k}_{-8}x+\underbrace{k}_{-4}=-4x^2+\underbrace{a}_{-8}x+\underbrace{b}_{-4}$

$a+b=(-8)+(-4)=\boxed{-12}$

۵- $f(x)=\dfrac{2x}{(x-1)(x^2+mx+1)}$ ، $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ ، حدود m?

که مخرج را صفر می کند.

از آنجایی که فقط 1 ریشه مخرج است و آن را صفر می کند. و ما میدانیم $(x-1)$ را داریم. پس پرانتز دیگر یا باید کلاً ریشه نداشته باشد یا باید ریشه مضاعف 1 داشته باشد.

(1) $\Delta<0$

$b^2-4ac<0$

$\Rightarrow m^2-4<0 \Rightarrow -2<m<2$

(2) $(x-1)^2=x^2+mx+1$

$x^2-2x+1=x^2+mx+1$

$\Rightarrow m=-2$

(1) و (2) اشتراک : $-2\leq m<2 \Rightarrow \boxed{[-2,2)}$

۶- $f(x)=\sqrt{4-\dfrac{1}{x^2}}$ ، $D_f=?$

$f(x)=\sqrt{\dfrac{4x^2-1}{x^2}} \to x=\pm\dfrac{1}{2}$ و $x=0$

زیر رادیکال با فرجه زوج باید همواره بزرگتر مساوی صفر باشد. (نامنفی)

x		$-\frac{1}{2}$		0^*		$\frac{1}{2}$	
$f(x)$	+	0	−	ن	−	0	+

$\dfrac{4x^2-1}{x^2}\geq 0$

$D_f=\boxed{(-\infty,-\frac{1}{2}]\cup[\frac{1}{2},+\infty)}$

Scanned with CamScanner

۷- برای اینکه دامنه‌ی تابع مورد نظر $\mathbb{R}$ باشد، از آنجایی که زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج همواره نامنفی است پس m را طوری تعیین می‌کنیم که عبارت ما همواره نامنفی باشد.

$$f(x) = \sqrt{mx^2 + 2mx + 1}$$

① $\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m < 0 \Rightarrow 4m(m-1) < 0$ ، $m=0$ ، $m=1$

② $a > 0 \Rightarrow m > 0 \Rightarrow (0, +\infty)$

③ اگر $m=0$ باشد رادیکالمان $\sqrt{1} = 1$ می‌شود که یک عدد مثبت است و مشکلی ایجاد نمی‌کند

$① \cap ② = (0, 1]$

	0		1	
+		−		+

$[0, 1]$

$(0, 1] \cup \{0\} = \boxed{[0, 1]}$ → جواب.

③ مربوط به

۸- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{4x^2-1}{2x-1} & x \neq a \\ 4x+k & x = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ ، $g(x) = 2x+1$ ، $a+k$?

a مخرج را صفر می‌کند

a ریشه‌ی $2x-1$ است $\rightarrow 2a-1=0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

از آنجایی که گفته شده باهم برابرند پس هر مقداری به آنها بدهیم باید خروجی یکسانی هم داشته باشند

$\frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 2$

$\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 4 \times \frac{1}{2} + k = 2 + k$

$2 = 2 + k \Rightarrow k = 0$

$a + k = \frac{1}{2} + 0 = \boxed{\frac{1}{2}}$

۹- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{9x^2-4}{3x+2} & x \neq -\dfrac{2}{3} \\ 3ax+2 & x = -\dfrac{2}{3} \end{cases}$ ، $g(x) = 3x+b$ ، $a-b=?$

$3-(-2) = \boxed{5}$ → جواب

$\dfrac{9x^2-4}{3x+2} = \dfrac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2} = 3x-2 \Rightarrow 3x-2 = 3x+b \Rightarrow \boxed{b=-2}$

می‌توانیم ساده کنیم چون می‌دانیم در این ضابطه $-\frac{2}{3}$ وارد نمی‌شود. $-\frac{2}{3}$ ریشه‌ی مخرج که عبارت را تعریف نشده می‌کند

باید به ازای ورودی یکسان خروجی یکسان داشته باشند.

$x = -\frac{2}{3}$: $g(x) = -4$ ، $f(x) = -2a+2$

$-4 = -2a+2 \Rightarrow \boxed{a=3}$

۱۰- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ 2a^2+ax & x = 2 \end{cases}$ ، $g(x) = x+2$ ، مقادیر a؟

باید به ازای ورودی یکسان خروجی یکسان داشته باشند.

$x = 2$: $g(x) = 4$ ، $f(x) = 2a^2+2a$

$2a^2 + 2a = 4 \xRightarrow{\div 2} a^2 + a = 2$

$a^2 + a - 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ ، $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{9}}{2}$ → $\boxed{a=1}$ ، $\boxed{a=-2}$