

(۱) الف تابع هست ✓
 $y^2 - x = 2x^2$ $y^2 = 2x^2 + x \rightarrow$ عدد صحیح فقط یک ریشه
 کسرها صحیح دارد

ب) تابع نیست ✗ مثال نقض ✓
 $|y| + x^2 = x + 3$
 $|y| = x + 3 - x^2 \rightarrow x + 3 - x^2 \geq 0$
 $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ $\rightarrow x + 3 - x^2 = 0$ $\rightarrow |y| = 5$
 $\left. \begin{matrix} y = -5 \\ y = 5 \end{matrix} \right\} \rightarrow$ برای یک مقدار x مقدار y دو
 برای y بیست آریم.

ج) تابع هست ✓
 $\sqrt{x-4} + |y-2| = 0$ $\rightarrow \sqrt{x-4} = 0 \rightarrow x-4=0 \rightarrow x=4$
 $|y-2| = 0 \rightarrow y-2=0 \rightarrow y=2$
 د) تابع نیست ✗
 $x = \cos y \rightarrow$ مثال نقض: $x=0 \rightarrow \cos y = 0$
 $\left. \begin{matrix} y = 90^\circ \\ y = 270^\circ \end{matrix} \right\} \rightarrow$ برای $x=0$ مقدار y دو
 آریم.

(۲) الف) $D_f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$
 $y = \frac{x+4}{x^2-4x} \rightarrow x^2-4x \neq 0 \rightarrow x^2-4x=0$
 $x(x-4)=0 \rightarrow x=0$ یا $x=4$
 $x \neq 0$ یا $x \neq 4$

ب) $y = \frac{x+4}{x^2-7x+14}$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 1 \times 14$
 $\Delta = -15 \rightarrow$ حاصل جواب صحیح ندارد

ج) $y = \frac{x+4}{x^2+x+4}$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta = 1 - 4 \times 1 \times 4$
 $\Delta = -15 \rightarrow$ حاصل جواب صحیح ندارد

د) $D_f = (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$ یا $D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

ه) $y = \frac{x+4}{x^2-4x^2} \rightarrow x^2-4x^2 \neq 0 \rightarrow x^2-4x^2=0$
 $x^2(x^2-4)=0 \rightarrow x^2=0 \rightarrow x=0$ یا $x^2-4=0 \rightarrow x=2$ یا $x=-2$
 $x \neq 0$ یا $x \neq 2$ یا $x \neq -2$

$$y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$$

$$D_f = [2, 4] \quad \text{یا} \quad D_f = \{x \mid 2 \leq x \leq 4\} \quad \text{(الف) (3)}$$

$$4-x \geq 0$$

$$x \leq 4 \checkmark$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2 \checkmark$$

$$y = \frac{2x+1}{x^2+1}$$

$$D_f = (-\infty, +\infty) \quad \text{یا} \quad D_f = \mathbb{R} \quad \text{(ب)}$$

$x^2+1 \rightarrow x^2 \geq 0 \rightarrow x^2+1 > 0$
 همیشه مثبت است
 و همیشه بزرگتر از صفر است

$$y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$$

$$\textcircled{1} x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

$$\textcircled{2} x-5 \neq 0$$

$$x-5=0 \rightarrow x=5$$

$$\downarrow$$

$$x \neq 5$$

$$D_f = \{x \mid x \geq 2, x \neq 5\} \quad \text{(ج)}$$

$$D_f = [2, 5) \cup (5, +\infty)$$

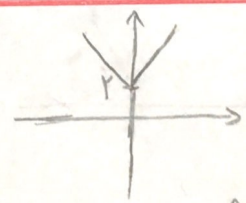
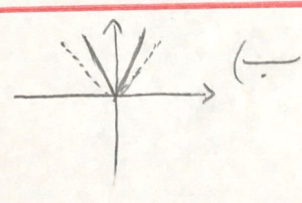
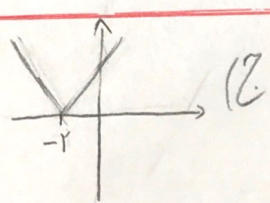
$$y = \frac{2x+2}{|x|+x^2}$$

$$D_f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \quad \text{یا} \quad D_f = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq 0\} \quad \text{(د)}$$

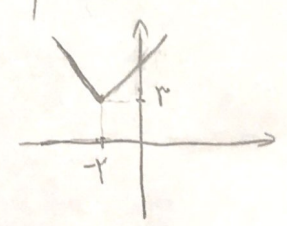
$$\textcircled{1} x \neq 0 \begin{cases} |x| > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow |x|+x^2 > 0$$

$$\textcircled{2} x=0 \begin{cases} |x|=0 \\ x^2=0 \end{cases} \Rightarrow |x|+x^2=0$$

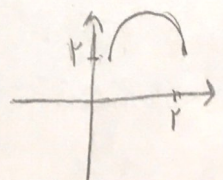
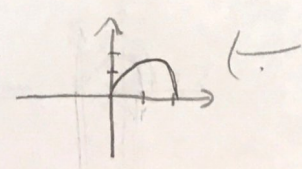
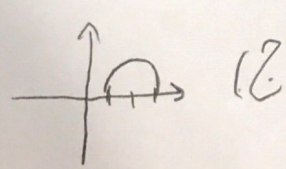
خروجی هر نقطه از این فنکشن هرگز صفر نیست
 مگر $x=0$ باشد



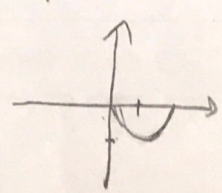
(الف) (4)



(ب)



(الف) (5)



(ب)

$$y = (x-1)(x-2)(x-4)$$

بسیار: $x=1$
 $x=2$
 $x=4$

x	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x-1$	-	0	+	+	+	+	+
$x-2$	-	-	-	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-4)}$	-	0	+	0	-	0	+

(الف) (9)

$$y=0 \leftarrow x=1, x=2, x=4$$

$$y < 0 \leftarrow 2 < x < 4$$

$$y > 0 \leftarrow x > 4$$

$$y < 0 \leftarrow x < 1$$

$$y > 0 \leftarrow 1 < x < 2$$

$$y = (x-1)(x-2)^2(x-4)$$

بسیار: $x=1$
 $x=2$ ← مرتبه زوج
 $x=4$

x	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, 4)$	4	$(4, +\infty)$
$x-1$	-	0	+	+	+	+	+
$(x-2)^2$	+	+	+	0	+	+	+
$x-4$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{(x-1)(x-2)^2}{(x-4)}$	+	0	-	0	-	0	+

$$y < 0 \leftarrow x \in (1, 2) \cup (2, 4)$$

$$y > 0 \leftarrow x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$$

$$y = 0 \leftarrow x=1, x=2, x=4$$

$$y = \frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \rightarrow \frac{x=1}{x=3}$$

$$x-3 \rightarrow x=3$$

x	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 3)$	3	$(3, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$x-1$	-	0	+	+	+	+	+
$x-2$	-	-	-	-	-	0	+
$x-3$	-	-	-	بسیار	بسیار	+	+
$y = \frac{(x-1)(x-2)}{x-3}$	-	0	+	بسیار	بسیار	0	+

(الف) (V)

$$y < 0 \leftarrow x \in (-\infty, 1) \cup (2, 3)$$

$$y > 0 \leftarrow x \in (1, 2) \cup (3, +\infty)$$

$$y = 0 \leftarrow x \in \{1, 2, 3\}$$

$$y \text{ تغییر نمی کند} \leftarrow x=3$$

$$y = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2} \rightarrow \frac{x=1}{x=3}$$

$$(x-3)^2 \rightarrow x=3$$

x	$(-\infty, 1)$	1	$(1, 3)$	3	$(3, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$x-1$	-	0	+	+	+	+	+
$x-2$	-	-	-	-	-	0	+
$(x-3)^2$	+	+	+	بسیار	بسیار	+	+
$y = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2}$	+	0	-	بسیار	بسیار	0	+

$$y < 0 \leftarrow x \in (1, 2) \cup (3, 4)$$

$$y > 0 \leftarrow x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

$$y = 0 \leftarrow x \in \{1, 2, 3\}$$

$$y \text{ تغییر نمی کند} \leftarrow x=3$$

$$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 2}$$

↓
 $x = 2$

$$x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2)$$

(الف) مرتبه اول

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 + 12 = 13$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

x	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 1)$	1	$(1, 2)$	2	$(2, +\infty)$
$x+2$	-	0	+	+	+	+	+
$(x-1)^2$	+	+	+	0	+	+	+
$\frac{x^3 - 3x + 2}{(x+2)(x-1)^2}$	-	0	+	0	+	+	+
$(x-2)$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x-2}$	+	0	-	0	-	0	+

$y < 0 \leftarrow x \in (-2, 1) \cup (1, 2)$ $y > 0 \leftarrow x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

$y = 0 \leftarrow x \in \{-2, 1\}$

$$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 2} \rightarrow \frac{x=1}{x=-2} \Rightarrow$$

↓
 $(x-1)(x-2) \rightarrow \frac{x=1}{x=2}$

مرتبه اول
مرتبه اول

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
$x+2$	-	0	+	+	+	+	+
$x-1$	-	-	-	0	+	+	+
$x-2$	-	-	-	-	-	0	+
$y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 2}$	-	0	+	مرتبه اول	-	مرتبه اول	+

$y = 0 \leftarrow x = -2$ $y > 0 \leftarrow x > 2, -2 < x < 1$
 $y < 0 \leftarrow 1 < x < 2, x < -2$ $y = 0 \leftarrow x = 2, x = 1$

$$y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 1}$$

$$x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) \rightarrow x^2(x+1)(x-1) \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$$x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$x+1 = 0 \rightarrow x = -1$$

x	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < 1$	$x = 1$	$x > 1$
$x+1$	-	+	+	+	+	+
x	-	-	0	+	+	+
$x-1$	-	-	-	-	0	+
$x^2 + x + 1$	+	+	+	+	+	+
y	+	-	0	-	0	+

$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 1 - 4 = -3$
 $\Delta < 0$ (مرتبه اول)

$y > 0 \leftarrow (1, +\infty), (-\infty, -1)$
 $y < 0 \leftarrow (-1, 0)$ و $(0, 1)$
 $y = 0 \leftarrow x = 0, x = 1$

$$y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x + 2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - 4 = 0$$

(ب) تجزیه صورت (دلتا)

صورت کسری حقیقی ندارد (دلتا) = 0 + است

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow 4 - 4 = 0$$

تجزیه صورت (دلتا)

مخرج نیز از صورت حقیقی ندارد (دلتا) = 0 + است

$$y = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x^3 - x}} \geq 0$$

$$x^3 - x \neq 0$$

$$x(x^2 - 1) \neq 0$$

$$x(x+1)(x-1) \neq 0$$

$$x \neq -1, x \neq 1, x \neq 0$$

$$\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x(x+1)(x-1)} \geq 0$$

$$\frac{x^2+x+1}{x(x+1)} \geq 0, x \neq 1$$

(۱۰) الف

دلتا صورت برابر با ۰ است، صورت دلتا برابر با ۰ است. بنابراین عبارت کسری حقیقی است.

بازه	$x < -1$	$-1 < x < 0$	$x > 0$
x	-	-	+
$x+1$	-	+	+
$x(x+1)$	+	-	+

$$D_f = (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 14}{x^2 - 2x + 4}} \geq 0$$

$$x^2 - 2x + 4 \neq 0$$

$$(x-1)(x-4) \neq 0$$

$$x \neq 4, x \neq 1$$

$$x^2 - 14 \rightarrow (x-4)(x+4)$$

$$\frac{(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-4)} \geq 0$$

$$\frac{x+4}{x-1} \geq 0, x \neq 4$$

بازه	$x < -4$	$-4 < x < 1$	$x > 1$
$x+4$	-	+	+
$x-1$	-	-	+
$\frac{x+4}{x-1}$	+	-	+

$$D_f = (-\infty, -4] \cup (4, 1) \cup (1, +\infty)$$