نام و نام خانوادگی .....معین روغنی..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .اول. کلاس ..دهم A پسر.....

۱۸:۳۰ — ۱۶:۳۰

۱

الف) $x^2 - 6x + 8 = 0$ ⟵ $2 \times ؟ \times x = 6x$ ⟵ این حاصلضرب ۲ برابر مجذور عدد اول در عدد دوم است ⟵ $؟ = 3$

از طرفی هم این عدد، مجذور عدد دوم است ⟵ عدد دوم باید ۹ باشد پس طرفین معادله را (+1) میکنیم:

$x^2 - 6x + 9 = 1 \xrightarrow[\text{مربع تفاضل ۲ جمله}]{\text{تجزیه به اتحاد}} (x-3)^2 = 1 \xrightarrow[\text{طرفین را زیر } (\sqrt{\ })\text{ میبریم}]{\text{ریشه دوم میگیریم}} x - 3 = \pm 1 \xrightarrow{\text{حل معادله}} x = 2 \text{ و } 4$

ب) $x^2 + 8x + 7 = 0$ ⟵ ۲ برابر حاصلضرب مجذور عدد اول در عدد دوم است ⟵ $2 \times ؟ \times x = 8x$ ⟵ $؟ = 4$ ⟵ چون مجذور است ⟵ پس عدد دوم ۱۶ است.

$\xrightarrow[\text{(+9) میکنیم}]{\text{طرفین معادله را}} x^2 + 8x + 16 = 9 \xrightarrow[\text{مربع مجموع ۲ جمله}]{\text{تجزیه به اتحاد}} (x+4)^2 = 9 \xrightarrow[\text{میبریم (ریشه دوم)}]{\text{دو طرف را زیر } (\sqrt{\ })} x + 4 = \pm 3 \xrightarrow{\text{حل معادله}} x = -7 \text{ و } -1$

۲

* میدانیم که در اتحاد جمله مشترک $ax^2 + bx + c = 0$ به فرم است که به صورت: $(x^2 - \underbrace{S}_{\text{جمع ریشه‌ها}}x + \underbrace{P}_{\text{ضرب ریشه‌ها}} = 0)$ نمایش داده میشود.

c ← حاصلضرب ریشه‌ها ، b ← حاصل جمع ریشه‌ها

الف) $x^2 - 5x + 6 = 0 \longrightarrow (x-2)(x-3) = 0$

① $x - 2 = 0 \longrightarrow x = 2$

② $x - 3 = 0 \longrightarrow x = 3$

جواب (الف)

دو عدد که حاصل جمعشان ۵- و حاصلضربشان ۶+ شود؟ ۲- و ۳-

ب) $x^2 - 5x - 14 = 0 \longrightarrow (x-7)(x+2) = 0$

① $x - 7 = 0 \longrightarrow x = 7$

② $x + 2 = 0 \longrightarrow x = -2$

جواب (ب)

دو عدد که حاصل جمعشان ۵ و حاصلضربشان ۱۴- شود؟ ۷- و ۲+

۳

* فرمول دلتا (به صورت خام): $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (که البته برای معادلات درجه دو به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ است)

الف) $x^2 - 3x - 5 = 0 \xrightarrow{a=1,\ b=-3,\ c=-5} x = \dfrac{+3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)} \longrightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2}$ $(\sqrt{29})$

$x = \dfrac{3 + \sqrt{29}}{2}$ ، $x = \dfrac{3 - \sqrt{29}}{2}$

ب) $2x^2 - 4x + \frac{1}{2} = 0 \xrightarrow{a=2,\ b=-4,\ c=\frac{1}{2}} x = \dfrac{+4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(\frac{1}{2})}}{2(2)} \longrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{4}$ $(\sqrt{12})$

$x = \dfrac{4 + \sqrt{12}}{4}$ ، $x = \dfrac{4 - \sqrt{12}}{4}$

۴

الف) به روش اتحاد جمله مشترک حل کردم ⟵ $x^2 \underbrace{- 3}_{S}x \underbrace{+ 2}_{P} = 0 \xrightarrow{S=-3,\ P=2} (x-2)(x-1) = 0$

دو عدد که جمعشان ۳- و ضربشان ۲+ شود؟ ۲- و ۱-

① $x - 2 = 0 \to x = 2$

② $x - 1 = 0 \to x = 1$

ب) به روش روسی حل کردم ⟵ $4x^2 + x - 3 = 0 \longrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x+4)(x-3) = 0$

در معادله درجه ۲ به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ ⟵ a را در c ضرب میکنیم ⟵ تا ضریب x^2 یک شود

دو عدد که جمعشان ۱+ و ضربشان ۱۲- شود؟ ۴ و ۳- است.

(در آخر کار، ریشه‌ها را بر ضریب x^2 تقسیم کردم) ⟵ ① $x + 4 = 0 \to x = \dfrac{-4}{4} = -1$ ② $x - 3 = 0 \to x = \dfrac{+3}{4}$

ادامه حل

۵

* اگر بخواهیم معادله درجه ۲ی $ax^2 + bx + c = 0$ را به روش روسی حل کنیم، باید a را در c ضرب کرده و ضریب x^2 را یک کنیم و در آخر کار، ریشه‌ها را بر ضریب x^2 تقسیم کنیم.

الف) $5x^2 + 12x + 7 = 0 \longrightarrow x^2 + 12x + 35 = 0 \xrightarrow{\text{حل به روش اتحاد جمله مشترک}} (x+5)(x+7) = 0$

ضریب x^2 را در c ضرب میکنیم

دو عدد که جمعشان ۱۲ و ضربشان ۳۵ است؟ ۵ و ۷

① $x + 7 = 0$ ، $x = \dfrac{-7}{5}$

② $x + 5 = 0 \to x = \dfrac{-5}{5} = -1$

ب) $3x^2 - 10x + 7 = 0 \longrightarrow x^2 - 10x + 21 = 0 \xrightarrow{\text{حل به روش اتحاد جمله مشترک}} (x-7)(x-3) = 0$

ضریب x^2 را در c ضرب میکنیم.

دو عدد که جمعشان ۱۰- و ضربشان ۲۱+ شود؟ ۳- و ۷-

① $x - 3 = 0 \to x = \dfrac{3}{3} = 1$

② $x - 7 = 0 \to x = \dfrac{7}{3}$

CamScanner

* به خاطر کنید ما، فرمول خام دلتا را فقط یا باید نوشتم ← برای معادلات درجه ۲ به فرم $ax^2+bx+c=0$ ← $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ است.

۶

الف) $-3x^2+5x-1=0 \xrightarrow[\text{جای گذاری}]{a=-3,\ b=5,\ c=-1} x=\frac{-5\pm\sqrt{(+5)^2-4(-3)(-1)}}{2(-3)}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{-6}$ ، $x=\frac{-5+\sqrt{13}}{-6}$ ، $x=\frac{-5-\sqrt{13}}{-6}$

ب) $2x^2-x+2=0 \xrightarrow[\text{جای گذاری}]{a=2,\ b=-1,\ c=2} x=\frac{+1\pm\sqrt{(-1)^2-4(2)(2)}}{2(2)} \rightsquigarrow \sqrt{1-16}$ ← داخل دلتا منفی شد ← این معادله فاقد ریشه حقیقی است.

پ) $2x^2-4x+2=0 \xrightarrow[\text{جایگذاری}]{a=2,\ b=-4,\ c=2} x=\frac{+4\pm\sqrt{(-4)^2-4(2)(2)}}{2(2)} \Rightarrow x=\frac{4}{4}=1$ ← چون دلتا صفر شد یعنی معادله دارای ۲ ریشه مساوی یا یک ریشه مضاعف است.

ت) $2x^2-x+1=0 \xrightarrow[\text{جای گذاری}]{a=2,\ b=-1,\ c=1} x=\frac{+1\pm\sqrt{(-1)^2-4(1)(2)}}{2(+2)}$ ← داخل دلتا منفی شد ← این معادله فاقد ریشه‌ی حقیقی است.

۷

* میدانیم که در فرمول دلتا ← $\sqrt{b^2-4ac}=\sqrt{\Delta}$ است.

الف) این در صورتی ممکن است که حاصل دلتا عددی مثبت باشد یعنی: $\sqrt{(-3)^2-4(a)(2)}>0 \rightarrow \sqrt{9-8a}>0 \xrightarrow[\text{میدانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} 9-8a>0 \longrightarrow 9>8a \Rightarrow a<\frac{9}{8}$

ب) این در صورتی امکان پذیر است که حاصل دلتا عدد صفر باشد یعنی: $\sqrt{(-3)^2-4(a)(2)}=0 \longrightarrow \sqrt{9-8a}=0 \xrightarrow[\text{میدانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} 9-8a=0 \longrightarrow 9=8a \Rightarrow a=\frac{9}{8}$

پ) این در صورتی امکان پذیر است که حاصل دلتا، عددی منفی باشد یعنی: $\sqrt{(-3)^2-4(a)(2)}<0 \rightarrow \sqrt{9-8a}<0 \xrightarrow[\text{میدانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} 9-8a<0 \longrightarrow 9<8a \longrightarrow a>\frac{9}{8}$

ت) این در صورتی ممکن است که حاصل دلتا، عددی نامنفی باشد (یا صفر یا مثبت) یعنی: طرفین را به توان ۲ میدانیم $\sqrt{(-3)^2-4(a)(2)}\geq 0 \longrightarrow \sqrt{9-8a}\geq 0 \longrightarrow 9-8a\geq 0 \longrightarrow 9\geq 8a \longrightarrow a\leq\frac{9}{8}$

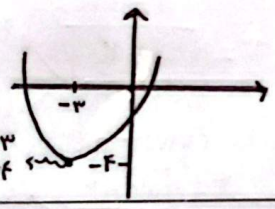
۸

با توجه به سهمی $y=x^2+6x+5$ داریم:

الف) چون در این سهمی درجه ۲ به فرم $y=ax^2+bx+c$ ، a عددی مثبت است $(a>0)$، سهمی مینیمم دار است؛ طول نقطه اکسترمم با فرمول $(\frac{-b}{2a})$ بدست می‌آید و چون $a=+1$ و $b=+6$ است ← طول اکسترمم: $\frac{-6}{2}=-3$ به دست می‌آید؛ عرض اکسترمم را با جایگذاری طول آن در معادله به دست آوردم ← $y=(-3)^2+6(-3)+5$ است. $y=-4$ ←)

← بطور خلاصه: الف) $\min\left|\begin{matrix}-3\\-4\end{matrix}\right.$ (پایین نهایی)

ب) با توجه به مختصات اکسترمم سهمی $\min\left|\begin{matrix}-3\\-4\end{matrix}\right.$ و اینکه سهمی مینیمم دار است:



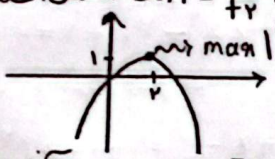
$\min\left|\begin{matrix}-3\\-4\end{matrix}\right.$ (مختصات اکسترمم)

۹

الف) چون در سهمی درجه ۲ به فرم $y=ax^2+bx+c$ ، $a=-1$ ، $b=+4$ و $c=-3$ است و a عدد منفی $(a<0)$ پس سهمی ماکسیمم دار است.

طول سهمی از رابطه $\frac{-b}{2a}$ بدست می‌آید ← $\frac{-4}{-2}=2$ است و عرض اکسترمم از طریق جایگذاری طول آن در معادله درجه ۲ بدست می‌آید؛

$y=-(2)^2+4(2)-3=1 \Rightarrow \max\left|\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right.$ ← مختصات اکسترمم



ب) کافیست در همین معادله، y را برابر صفر قرار دهیم و ریشه‌های آن را بدست آوریم (ریشه جایی است که منحنی محورها را قطع میکند) (به روش دلتا حل کردم)

$-x^2+4x-3=0 \xrightarrow[\text{به فرم } y=ax^2+bx+c]{a=-1,\ b=4,\ c=-3} x \xrightarrow[\text{جای گذاری}]{} \frac{-4\pm\sqrt{16-4(-3)(-1)}}{2(-1)} \Rightarrow x=\frac{-4+2}{-2}=1$ و $x=\frac{-4-2}{-2}=\frac{-6}{-2}=3$ ← $x=1$ و 3

۱۰

ابتدا S و P را بدست می‌آوریم: در معادله درجه دوم $x^2-3x-2=0$ به فرم کلی $ax^2+bx+c=0$ ← $\left\{\begin{matrix}a=1\\b=-3\\c=-2\end{matrix}\right\}$ است پس

$S=\frac{-b}{a}=\frac{-(-3)}{(1)}=3$ و $P=\frac{c}{a}=\frac{-2}{1}=-2 \Longrightarrow \left\{\begin{matrix}S=3\\P=-2\end{matrix}\right.$

(فرمول دلتا ← $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$)

الف) جایگذاری میکنیم:

$S^2-2P=(3)^2-2(-2)=9-(-4)=9+4 \rightarrow 13$

ب) با جایگذاری کردن داریم:

$S^3-3SP=(3)^3-3(3)(-2)=27+18=45$

در این سوال میدانیم که در معادله $ax^2+bx+c=0$ ، $a=2$ ، $b=-4$ و $c=a$ است. $2x^2-4x+a=0$ ← در فرم معادله درجه