

۱. با توجه به اینکه رابطه مجموعه از توابعی است، در صورتی می‌تواند تابع باشد که هیچ از زوج و زوج متناهی، مؤلفه در (زوج/فرد) اول یکسانی نداشته باشند. پس برای هر دو زوج و زوج متناهی $(1, a)$ و $(1, a^2+3)$ باید با هم تیان باشند تا رابطه زوجیت تابع تعریف شود:

حل به روش اتحاد معادلات: $a^2+3 = a^2+3 \Rightarrow a^2 - a + 3 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-3) = 0$

همین مقدارها را در $a^2+3 = 4a$ قرار می‌دهیم تا رابطه زوجیت را پیدا کنیم:

اگر $a=1$ باشد: $1^2+3 = 4 \Rightarrow 4 = 4$ صحیح است. $f = \{(1, 4), (1, 4), (2, 12), (2, 12)\}$ ✓

اگر $a=3$ باشد: $3^2+3 = 12 \Rightarrow 12 = 12$ صحیح است. $f = \{(1, 12), (1, 12), (2, 9), (2, 9)\}$ ✓

پس جواب این رابطه یک تابع است.

۲. در مورد رسم خط، می‌دانیم که یک نمودار در دستگاه مختصات در صورتی تابع است که خط قائم آنرا از دو نقطه قطع نکند. اگر خط قائم را با خط $y=x$ و $y=-x$ قطع کنیم، می‌توانیم از دو نقطه $(1, 1)$ و $(-1, -1)$ عبور کنیم.

الف) $|y| = |x| \Rightarrow y = x \vee y = -x$

ب) $|y| + \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} = -|y| \Rightarrow \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x=1, y=0$

این دو خط در $(1, 0)$ و $(-1, 0)$ قطع می‌کنند، پس تابع نیست.

۳. ضوابط زمانی تابع نیستند که برای یک x و برای y چندین جواب داشته باشند. پس سعی می‌کنیم به دنبال ضوابطی باشیم که امکان تابع بودن را برای همه x و y فراهم کند.

الف) $|y-11| = \sqrt{x-2} \Rightarrow y-11 = \pm\sqrt{x-2} \Rightarrow y = 11 \pm \sqrt{x-2}$ (تابع نیست)

ب) $y^5 - y = \frac{x^2}{2} \Rightarrow y(y^4 - 1) = \frac{x^2}{2} \Rightarrow y(y^2-1)(y^2+1) = \frac{x^2}{2} \Rightarrow y(y-1)(y+1)(y^2+1) = \frac{x^2}{2}$ (تابع نیست)

ج) $\sin^2 x + \cos^2 y = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 y = \sin^2 y \Rightarrow \sin x = \pm \sin y$ (تابع نیست)

د) $2xy = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ (تابع نیست)

۴. روش‌های حل در این مسئله به شرح زیر است:

الف) $x^2 + y - 11 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x + y - 11 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = -y+25 \Rightarrow x-3 = \pm\sqrt{-y+25} \Rightarrow x = 3 \pm \sqrt{-y+25}$ (تابع نیست)

ب) $y^5 + 2x = 0 \Rightarrow y^5 = -2x \Rightarrow x = -\frac{y^5}{2} \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow y_1 = y_2 = y$ (تابع است)

۵. نمودارهای الف، ب، ج و د به ترتیب هر تابع به فرم $y = \sqrt{x}$ ، $y = \frac{1}{x}$ ، $y = \frac{1}{x^3}$ و $y = \frac{1}{x^4}$ هستند.

الف) $y = \sqrt{x}$

ب) $y = \frac{1}{x}$

ج) $y = \frac{1}{x^3}$

د) $y = \frac{1}{x^4}$

(سطح‌ها به صورت شعاعی (به دلیل نبود ابزار لازم) رسم شدند)

* روند انتقال تصویر در هر مورد توضیح داده شده است.

الف) $y = (x-1)^2$ یک واحد به سمت راست $(+1)$

ب) $y = (x+2)^2$ یک واحد به سمت چپ (-2)

ج) $y = x^2 - 2$ یک واحد به سمت پایین (-2)

د) $y = x^2 + 1$ یک واحد به سمت بالا $(+1)$

* روند انتقال تصویر در هر مورد توضیح داده شده است.

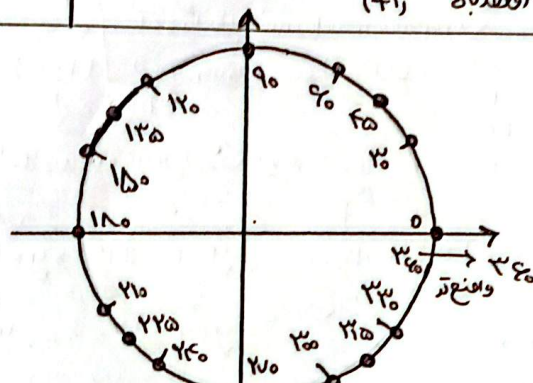
الف) $y = -\sqrt{x}$ قرینه نسبت به محور x ها

ب) $y = \sqrt{-x}$ قرینه نسبت به محور y ها

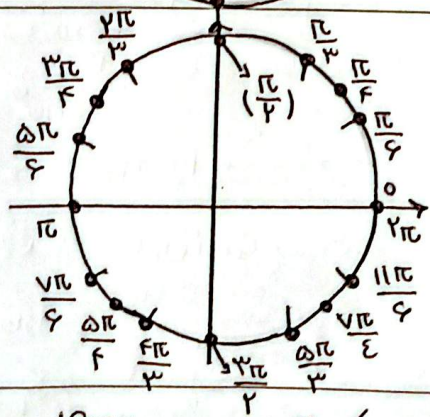
ج) $y = -\sqrt{-x}$ قرینه نسبت به محور y ها و سپس محور x ها

د) $y = -\sqrt{x} + 2$ قرینه نسبت به محور x ها و سپس یک واحد به بالا $(+2)$

(زاویه محور و فیبر حساب می‌شود)



(زاویه محور و فیبر حساب می‌شود)



زاویه‌ها را در $\frac{\pi}{180}$ ضرب کردیم تا
لایه‌ها را به درستی آوریم

* حقیقتات هر زاویه را بنویسیم و با توجه به اصله حقیقتات آن تصویر $\begin{vmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{vmatrix}$ است و سینوس یا کسینوس همان لایه‌هاست کردیم.

الف) $\cos 110^\circ \rightarrow \left[\begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{matrix} \right] \rightarrow \frac{-1}{2}$

ب) $\sin 150^\circ \rightarrow \left[\begin{matrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} \end{matrix} \right] \rightarrow \frac{1}{2}$

ج) $\frac{5\pi}{3} = 300^\circ \rightarrow \cos 300^\circ \rightarrow \left[\begin{matrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{matrix} \right] \rightarrow \frac{1}{2}$

د) $\frac{11\pi}{6} = 330^\circ \rightarrow \sin 330^\circ \rightarrow \left[\begin{matrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{matrix} \right] \rightarrow -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}$