

چون توان ۳ میز است بیشه سوم برای هر عدد حقیقی
 دقیقاً ۱ جواب منحصر به فرد دارد پس به ازای هر x دقیقاً یک y به دست می آید

الف) $y^3 = 2x^2 - 1$ در سوال ۴ نوشته شد $\Rightarrow$ تابع است
 ب) $y^3 + y = 2x^2 - 1$ $\Rightarrow$ تابع است

ملاحظه کنید: $y_1^3 + y_1 = 2x_1^2 - 1$ $\xrightarrow{x_1 = x_2}$ $y_1^3 + y_1 = y_2^3 + y_2$
 $y_1^3 - y_2^3 + y_1 - y_2 = 0$
 $\Rightarrow (y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 1) = 0$
 $\Rightarrow y_1 - y_2 = 0 \Rightarrow y_1 = y_2$ (لگاریتم ندارد) $\Rightarrow$ تابع است

الف) $y = x^2 - 1$ یک سهمی ψ تابع است $\checkmark$
 ب) $|y| + xy = x^2 + 1$ $\xrightarrow{x=0} |y| + 0 = 0 + 1 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$ تابع نیست $\times$
 ج) $y^3 + x^3 = 2x - 1 \Rightarrow y^3 = -x^3 + 2x - 1 \Rightarrow y = \sqrt[3]{-x^3 + 2x - 1}$ تابع است $\checkmark$
 د) $\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{x} = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{y} = 2 - \sqrt[3]{x} \xrightarrow{\text{هر طرف به توان ۳}} y = (2 - \sqrt[3]{x})^3$ تابع است $\checkmark$

الف) $\tan \frac{\pi}{3} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ ج) $\tan 225^\circ = \frac{\sin 225^\circ}{\cos 225^\circ} = \frac{-\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -1$

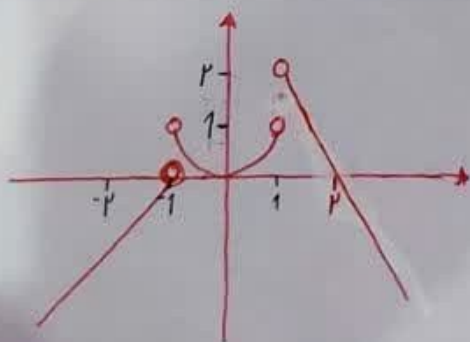
ب) $\cot \frac{7\pi}{6} = \frac{\cos \frac{7\pi}{6}}{\sin \frac{7\pi}{6}} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ د) $\cot 110^\circ = \frac{\cos 110^\circ}{\sin 110^\circ} = \frac{-1}{0}$ تعریف نشده

$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$

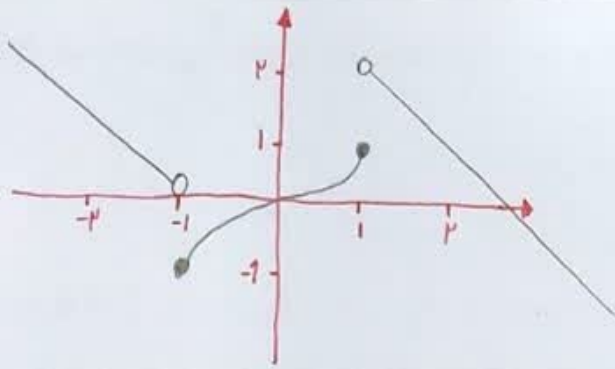
$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

بخش الف سوال ۱
 به علت کمبود فضا
 $y^3 = 2x^2 - 1$

$y_1^3 = 2x_1^2 - 1$ $\xrightarrow{x_1 = x_2}$ $y_1^3 = y_2^3$
 $y_2^3 = 2x_2^2 - 1 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع است $\checkmark$



$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & x > 1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ x + 1 & x < -1 \end{cases}$$



$$f(x) = \begin{cases} -x+2 & x > 1 \\ x^2 & -1 \leq x \leq 1 \\ -x-1 & x < -1 \end{cases}$$

6

الف) $y = (x-2)(x-3)(x-4)$ ریشه ها 2, 3, 4

$$\begin{array}{c} 2 \quad 3 \quad 4 \\ - \mid + \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$Df = \mathbb{R}$

7

ب) $y = (x-2)(x-3)^2(x-4)$ ریشه ها 2, 3, 4

$$\begin{array}{c} 2 \quad 3^* \quad 4 \\ + \mid - \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$Df = \mathbb{R}$

الف) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{x-3}$ ریشه های صورت 2, 4
ریشه های مخرج 3

$$\begin{array}{c} 2 \quad 3 \quad 4 \\ - \mid + \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$Df = \mathbb{R} - \{3\}$

8

ب) $y = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$ ریشه های صورت 2, 4
ریشه های مخرج 3

$$\begin{array}{c} 2 \quad 3^* \quad 4 \\ + \mid - \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$Df = \mathbb{R} - \{3\}$

الف) $y = \frac{x^3 - 3x + 2}{x - 3}$

$x^3 - 3x + 2 = (x-1)^2(x+2) \Rightarrow \frac{(x-1)^2(x+2)}{x-3} = y$

ریشه مخرج 3
ریشه صورت 1, 2

$$\begin{array}{c} 1^* \quad 2 \quad 3 \\ + \mid + \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$Df = \mathbb{R} - \{3\}$

9

ب) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)}$

$$\begin{array}{c} 1^* \quad 2 \quad 3 \\ + \mid + \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

$Df = \mathbb{R} - \{3, 1\}$

الف) $y = \frac{x^4 - x^2}{x^2 + x + 2}$
همیشه مثبت

$x^4 - x^2 = x^2(x^2 - 1) = x^2(x-1)(x+1) \Rightarrow \frac{x^2(x-1)(x+1)}{x^2 + x + 2}$

$$\begin{array}{c} -1 \quad 0^* \quad 1 \\ + \mid - \mid - \mid + \\ 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

ریشه ندارد و به ازای هر مقدار x مثبت و مثبت

10

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x + 3}$

$\Delta = 3^2 - 4(1)(2) = 9 - 8 = 1$
 $\Delta = 2^2 - 4(1)(3) = 4 - 12 = -8$
چون x^2 همواره مثبت است و عبارت ریشه ندارد
هم صورت همواره مثبت هستند