

آزمایش بسیار تجدید ۲۰

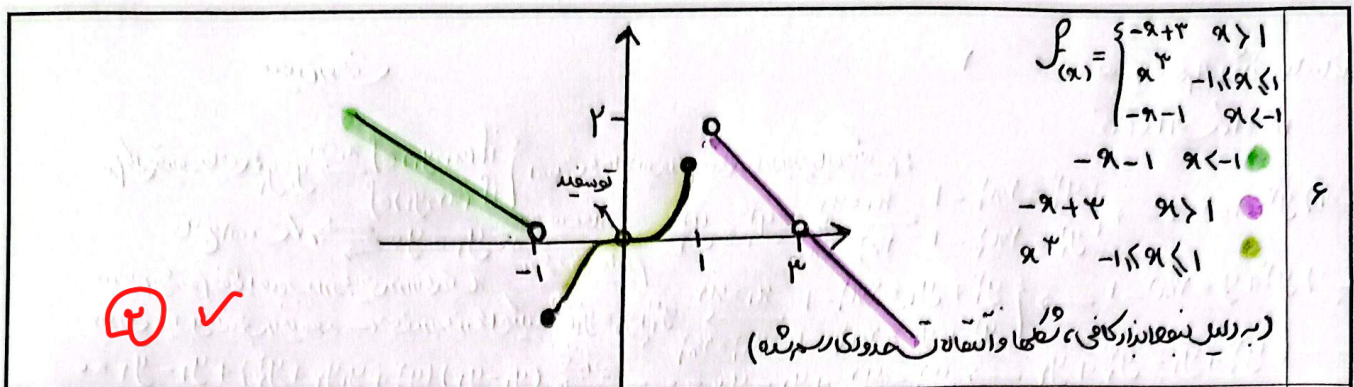
فرض کنید $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ یک تابع باشد که برای هر $x, y \in \mathbb{R}$ داریم: $f(x+y) = f(x)f(y)$ و $f(1) = 2$.
 الف) $y^3 = 2x^2 - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3 \xrightarrow{\text{ریشه سوم میگیریم}} y_1 = y_2$ تابع است.
 ب) $y^3 + y = 2x^2 - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1^3 + y_1 = 2x_1^2 - 1 \\ y_2^3 + y_2 = 2x_2^2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 + y_1 = y_2^3 + y_2 \rightarrow y_1^3 - y_2^3 + y_1 - y_2 = 0$
 $(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + y_1 + y_2 + 1) = 0$ چون $y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + y_1 + y_2 + 1 > 0$ پس $y_1 = y_2$ تابع است.
 ج) $y^3 + y = 2x^2 - 1$ و $y^3 + y = 2x^2 - 1$ را با هم جمع می‌کنیم: $2y^3 + 2y = 4x^2 - 2 \rightarrow y^3 + y = 2x^2 - 1$ (همان معادله)
 د) $y^3 + y = 2x^2 - 1$ و $y^3 + y = 2x^2 - 1$ را با هم کم می‌کنیم: $0 = 0$ (همان معادله)
 ه) $y^3 + y = 2x^2 - 1$ و $y^3 + y = 2x^2 - 1$ را با هم ضرب می‌کنیم: $y^6 + y^4 = 4x^4 - 2y^2$

الف) $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 - 1$ را با هم جمع می‌کنیم: $2y = 2x^2 - 2 \rightarrow y = x^2 - 1$ تابع است.
 ب) $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 - 1$ را با هم کم می‌کنیم: $0 = 0$ تابع است.
 ج) $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 - 1$ را با هم ضرب می‌کنیم: $y^2 = x^4 - 2x^2 + 1$
 د) $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 - 1$ را با هم تقسیم می‌کنیم: $1 = 1$ تابع است.
 ه) $y = x^2 - 1$ و $y = x^2 - 1$ را با هم ریشه می‌گیریم: $y = x^2 - 1$ تابع است.

الف) $\frac{\pi}{4} \rightarrow 45^\circ \Rightarrow \tan \frac{\pi}{4} = \tan 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$
 ب) $\frac{\sqrt{2}\pi}{4} \rightarrow 45^\circ \Rightarrow \cot \frac{\sqrt{2}\pi}{4} = \cot 45^\circ = \frac{\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$
 ج) $\tan 330^\circ \rightarrow \frac{\sin 330^\circ}{\cos 330^\circ} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
 د) $\cot 180^\circ = \frac{\cos 180^\circ}{\sin 180^\circ} = \frac{-1}{0}$ تعریف نشده.

الف) $\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ یا $\alpha = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$
 ب) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ یا $\alpha = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$
 ج) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را با هم حل می‌کنیم: $\alpha = \frac{\pi}{4}$

الف) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را با هم حل می‌کنیم: $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 ب) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را با هم حل می‌کنیم: $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 ج) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را با هم حل می‌کنیم: $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 د) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را با هم حل می‌کنیم: $\alpha = \frac{\pi}{4}$
 ه) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ را با هم حل می‌کنیم: $\alpha = \frac{\pi}{4}$



۷

در حالات ۷-۱۰، به تعیین علامت‌ها به روش درج ایام و به دلیل کمبود مکان برای نوشتن از روش آرایه‌ای استفاده شده است.

الف) $y = (x/2)(x/3)(x/4)$

x	2	3	4
	-	+	-

ریشه مضاعف است و بعد از تعیین ریشه به تنهایی در علامت‌های دیگر تغییر نمی‌دهد.

ب) $y = (x^2/2)(x/3)(x/4)$

x	2	3	4
	+	-	-

۴ ✓

۸

الف) $y = \frac{(x^2/2)(x-4)^2}{x-3} \rightarrow x \neq 3$

x	2	3	4
	-	+	-

بعد از تعیین ریشه تغییر می‌دهد → ریشه مضاعف است

ب) $y = \frac{(x^2/2)(x/4)}{(x/3)^2}$

x	2	3	4
	+	-	-

در علامت‌های دیگر تغییر نمی‌دهد.

۴ ✓

۹

در این عبارت، هم ضرایب صفر می‌شوند عبارت هم در (۱-۱) کسینیدر است (در پایین)

الف) $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x-3}$

در صورت تقسیم نوسان (در) کسینیدر خارج قسمت: $(x^2 + x - 2) : (x-1)(x+2)$

ریشه مضاعف است

x	-2	1	3
	+	-	-

ب) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$

تجزیه صورت و مخرج: $\frac{(x/2)(x/1)}{(x/3)(x/1)}$

x	1	2	3
	+	+	-

خدوگی اتحاد منبوع

۱۰

درون دلتا منفی فاقد ریشه حقیقی

الف) $y = \frac{x^2 - x^2}{x^2 + x + 2} \Rightarrow \frac{x^2(x^2 - 1)}{x^2 + x + 2} = \frac{x^2(x/1)(x/1)}{x^2 + x + 2}$

در صورت تعیین علامت: $x^2 + x + 2 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{1-8}$

ب) $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 2x + 3}$

درون دلتا منفی است

صورت و مخرج همواره مثبت هستند

درون دلتا منفی

نایز به تعیین علامت ندارند

۴ ✓