

۱. لازم به ذکر است که $\sqrt{x}$ زمانی تعریف می‌شود که $x \geq 0$ باشد.

الف) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 4x}{(x^3 - x)}}$ $\xrightarrow{\text{تجزیه صورت کسر}} \begin{cases} x^2 - 4x = x(x-4) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } 4 \\ x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } 1 \text{ و } -1 \end{cases}$

مخرج نباید صفر شود $\rightarrow x \neq 0, 1, -1$

مشتق $\rightarrow \frac{1}{-1} \cdot 0 \cdot 1 + \frac{1}{0 \cdot 1} + \frac{1}{1 \cdot (-1)} = -1 + 1 - 1 = -1$

$\rightarrow D_f = (-1, 1) \cup [4, +\infty)$ $\rightarrow x = 0, 1, -1$

ب) $y = \sqrt{\frac{x^5 - x^3}{(x^3 - x)}}$ $\xrightarrow{\text{تجزیه صورت کسر}} \begin{cases} x^5 - x^3 = x^3(x^2 - 1) = x^3(x-1)(x+1) = 0 \\ x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x-1)(x+1) = 0 \end{cases}$

مخرج نباید صفر شود $\rightarrow x \neq 0, 1, -1$

مشتق $\rightarrow \frac{1}{0 \cdot 1} + \frac{1}{1 \cdot (-1)} = 1 - 1 = 0$

$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, 1, -1\}$ (از همه مخرج)

۲. در انت که عبارت زیر رادیکال باید لیکه یا مساوی صفر باشد اما چون در صورت و در مخرج رادیکال در مخرج است، مخرج نباید صفر شود و فقط باید در صورت رادیکال مثبت باشد (یا $x \geq 0$) باشد، لذا داریم:

در صورتی که $x \in \mathbb{N}$ و عدد مثبت $\rightarrow x + 1 \geq 0 \rightarrow x + 1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$

الف) $y = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ $\rightarrow x \neq -1$

$\Rightarrow x \neq 0$ و $x > 0 \rightarrow D_f = (0, +\infty)$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ $\rightarrow x \neq -1$

$\Rightarrow x > 0 \rightarrow x \neq -1 \rightarrow x \neq 0 \rightarrow D_f = (0, +\infty)$

۳. رادیکال x ، زمانی تعریف می‌شود که x ، عدد لیکه یا مساوی صفر شود.

الف) $y = \sqrt{2 - [x]}$ $\rightarrow 2 - [x] \geq 0 \rightarrow [x] \leq 2 \rightarrow x < 3 \rightarrow D_f = (-\infty, 3)$

ب) $y = \frac{1}{\sqrt{2 - [x]}}$ $\rightarrow 2 - [x] > 0 \rightarrow [x] < 2 \rightarrow x < 2$

در انت که رادیکال باید عددی لیکه یا مساوی صفر قرار نگیرد اما چون در انت رادیکال در مخرج قرار دارد $\rightarrow x < 2$

$\rightarrow D_f = (-\infty, 2)$

۴. با توجه به اینکه می‌دانیم $[x+a] = [x] + a$ به شرطی که $a \in \mathbb{Z}$ باشد، پس به $[x - \frac{1}{p}]$ لیکه عدد اضافی کنیم تا به صورت $[x + \frac{1}{p}]$ درآید، به همین $\sqrt{x} \rightarrow \sqrt{x}$ است: (صورت و انت و در مخرج لیکه است)

الف) $y = \sqrt{[x - \frac{1}{p}] + 1 + [x + \frac{1}{p}]}$ $\rightarrow \sqrt{2[x + \frac{1}{p}]}$ $\rightarrow [x + \frac{1}{p}] \geq 0 \rightarrow x + \frac{1}{p} \geq 0$

اولین عدد زوج بعد از $\frac{1}{p}$ است.

ب) $y = \sqrt{[x - \frac{1}{p}] + [x + \frac{1}{p}]}$ $\xrightarrow{\text{آرایه فرم}} \sqrt{[x] + [-x]} \rightarrow \sqrt{[x] + [-x]}$

$\Rightarrow x - \frac{1}{p} \in \mathbb{Z} \rightarrow x \in \mathbb{Z} + \frac{1}{p} \rightarrow D_f = \{x \mid x = K + \frac{1}{p}, K \in \mathbb{Z}\}$

حاصل شده $\rightarrow x > \frac{1}{p}$

۵. فقط مخرج لیکه است، می‌دانیم که باید مخرج صفر شود.

الف) $\sin x - 1 \neq 0 \rightarrow \sin x \neq 1 \rightarrow$ فقط سینوس ۹۰ یک است $\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2k\pi + \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

ب) $2 \sin^2 x - 1 \neq 0 \rightarrow \sin^2 x \neq \frac{1}{2} \rightarrow \sin x \neq \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \sin x \neq \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ این مقادیر فقط در نیمی از 0 و 2π و π و 3π اتفاق می‌افتد

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\}$

• عدد زبر در یکال زمانی تعریف می شود که عدد زبر نسبت به مساوی منفی باشد.

الف) $y = \sqrt{2 \sin x - 1} \geq 0 \rightarrow \sin x \geq \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow D_f = [2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{5\pi}{6}]$

این سینوس زبر باید نسبت به مساوی باشد یعنی زبر باید بین $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ یا غلاف آن ها باشد.

ب) $y = \sqrt{\cos x - 1} \geq 0 \rightarrow \cos x \geq 1$ از آنجایی که میرانیم مقوله $\cos x = 1$ $\frac{2k\pi}{1 - \cos x}$

$\rightarrow D_f = \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ و این زمانی اتفاق افتد که

• با توجه اینکه میرانیم عددی که سینوس ($-1 \leq \cos x \leq 1$) است:

الف) $\cos y = |x| - 2 \rightarrow -1 \leq |x| - 2 \leq 1 \rightarrow -1 \leq |x| \leq 3 \rightarrow \begin{cases} |x| \geq 2 \rightarrow 2 \leq x \leq -2 \\ |x| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$ (این معادله ۲ است) $\rightarrow D_f = [-2, -1] \cup [1, 2]$

• عبارت های $\arcsin$ و $\arccos$ باید در بازه $[-1, 1]$ باشد:

ب) $y = \arccos(x^2 + 3x + 1) \rightarrow -1 \leq x^2 + 3x + 1 \leq 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 1 \leq 1 \rightarrow x^2 + 3x \leq 0 \rightarrow x(x+3) \leq 0 \rightarrow x \in [-3, 0] \\ x^2 + 3x + 1 \geq -1 \rightarrow x^2 + 3x + 2 \geq 0 \rightarrow (x+1)(x+2) \geq 0 \rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [-1, +\infty) \end{cases}$

$\rightarrow A \cap B = D_f = [-2, -1] \cup [-1, 0]$ (میرانیم: $\log_b^a = c \rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$ و $\log^a x \rightarrow x > 0$ است.)

الف) $y = \sqrt{2 - \log_3(x-2)} \geq 0 \rightarrow \log_3(x-2) \leq 2 \rightarrow x-2 \leq 9 \rightarrow x \leq 11$ و $x-2 > 0 \rightarrow x > 2$
 $\rightarrow D_f = (2, 11]$ (تقاطع مخرج)

ب) $y = \log(x^3 - x) \rightarrow x^3 - x > 0 \rightarrow x(x^2 - 1) > 0 \rightarrow x(x-1)(x+1) > 0$

$\rightarrow D_f = (-1, 0) \cup (1, +\infty)$ (تعیین علامت)

تقاطع مخرج ها نوشته می شود: میرانیم که خروج نباید منفی باشد!

الف) $x^x + 1 \neq 0 \rightarrow x^x \neq -1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ (همواره برقرار)

ب) $x^x - 1 \neq 0 \rightarrow x^x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

ج) $x^x - 2 \neq 0 \rightarrow x^x \neq 2 \xrightarrow[\log]{\log^a_b = c} x \neq \log_2^2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\log_2^2\}$

د) $x^x - 3 \neq 0 \rightarrow x^x \neq 3 \xrightarrow[\log]{\log^a_b = c} x \neq \log_3^3 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{\log_3^3\}$

• میرانیم! زمانی تعریف می شود که آن $\{x \in \mathbb{N}\}$ باشد.

الف) $y = (x+1)!$ $\rightarrow x+1 \in \mathbb{N} \rightarrow x \in \mathbb{N} - 1 \rightarrow x \in \frac{\mathbb{N}-1}{2} \Rightarrow D_f = \{x | x = \frac{k-1}{2}, k \in \mathbb{N}\}$

ب) $y = (\frac{x-2}{x-5})!$ $\rightarrow \frac{x-2}{x-5} \in \mathbb{N} \rightarrow x-2 \in (x-5)\mathbb{N} - 5\mathbb{N} \rightarrow x-2 \in \mathbb{N} - 5\mathbb{N}$

$\rightarrow D_f = \{x | x = \frac{2-5k}{3-2k}, k \in \mathbb{Z}\}$

$\frac{ax+b}{cx+d} = y \rightarrow x = \frac{dy-b}{cy-a}$

• البته بهیچ موردی از فرمول رو به هم به خط برید