

نکته: فرض کنید

میدانیم که $f(x)$ تابعی زوج و متناهی است که $f(0) = 0$ و $f(x) \geq 0$ برای $x \in [0, 2]$ و $f(x) \leq 0$ برای $x \in [-5, 0]$ و $f(x) = 0$ برای $x \in [2, 5]$ و $x \in [-5, -2]$.

$$y = \sqrt{x f(x)} \geq 0 \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow x = 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$$

حالات زیر را در نظر بگیرید:

x	-5	0	2
f(x)	-	+	-
x f(x)	-	+	-

بازه	x	f(x)	x f(x)
$[-5, -2]$	-	+	-
$[-2, 0]$	-	-	+
$[0, 2]$	+	-	-
$[2, 5]$	+	+	+

در $x = 0$ چون $f(x) = 0$ است، قابل قبول است. (۲) ✓

$$D_f = [-5, 0] \cup [2, 5]$$

حداکثر مقدار y را با هم بدقیقت، یکدسته در دو نورنگال باید درنگت یا مساوی صفر باشد و دو هم اینک طرح نباید صفر شود.

$$y = \sqrt{\frac{-x}{f(x)}} \rightarrow \frac{-x}{f(x)} \geq 0 \text{ و } f(x) \neq 0 \Rightarrow \text{از طریق جدول، میفهمیم که صفرها تابع}$$

برای تعیین علامت $f(x)$:

x	-3	0	2	5
f(x)	+	-	+	-
-x	+	0	-	-
-x/f(x)	+	0	-	+

لذا دامنه مقدار y در بازه $[-3, -2]$ و $[0, 2]$ متغی است.

$$D_f = (-3, 0) \cup (0, 2)$$

لذا شامل اعداد صحیح $-1, -2$ و 1 است یعنی سه عدد صحیح! (۲) ✓

ابتدا مقدار f در $x=2$ را حساب میکنیم: $f(2) = 2 \rightarrow f(2) = -2$

$$x=2 \Rightarrow f(2) - 2f(2) = \frac{f}{x^2} - 3\frac{f}{x} + 2 = 2 \rightarrow -f(2) = 2 \rightarrow f(2) = -2$$

حالا f در $x=-2$ حساب میکنیم: $f(-2) = 10$

$$f(x) - 2f(x) = x^2 - 3x + 2 \rightarrow f(x) + \frac{f}{x} = x^2 - 2x + \frac{f}{x} \rightarrow f(x) = x^2 - 3x$$

$$f(x) = x^2 - 3x \rightarrow f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) = 4 + 6 = 10$$

ابتدا مقدار $f(1)$ و $f(5)$ را حساب کرده و پس $f(f(1))$ و $f(f(5))$ را بدقیقت کنیم؛ با توجه به اینکه f در $x=3$ و $x=5$ قابل قبول است.

$$f(1) \rightarrow 2(1) + 3 = 5 \rightarrow f(f(1)) = f(5) = 5 - \sqrt{5} + 2 = 5 - \sqrt{5} = \frac{10 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow f(f(1))$$

$$f(5) \rightarrow 5 - \sqrt{5} + 2 = 5 - \sqrt{5} = 2 \rightarrow f(f(5)) = f(2) = 2\sqrt{2} + 3 = \frac{4\sqrt{2} + 6}{2} \rightarrow f(f(5))$$

$$\rightarrow f(f(1)) + f(f(5)) = 2 + 7 = 9$$

کافیت $(x-1)$ و (x) را در تابع مورد نظر جای گذاری کرده و بعد هم معادله حل کنیم...

$$f(x) = ax^2 - bx + 2$$

$$f(x-1) = a(x-1)^2 - b(x-1) + 2 = a(x^2 + 1 - 2x) - b(x-1) + 2 = ax^2 + a - 2ax - bx + b + 2$$

$$f(x-1) - f(x) = 2x + 2 \rightarrow ax^2 + a - 2ax - bx + b + 2 - (ax^2 - bx + 2) \Rightarrow a - 2ax + b = 2x + 2$$

$$\rightarrow -2ax + (a+b) = 2x + 2 \rightarrow -2a = 2, \quad a+b = 2 \rightarrow a = -1, \quad b = 3$$

$$\rightarrow a - b = -1 - 3 = -4$$

• در جاگذاری در تابع (جاگذاری ها در $P(x)$) ...

$$P(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$\rightarrow P(3) = (3)^2 - 3(3) + 1 = 9 - 9 + 1 = 1 \rightarrow 2P(3) = 2 \times 1 = 2$$

$$\rightarrow P(-1) = (-1)^2 - 3(-1) + 1 = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$\rightarrow P(2) = (2)^2 - 3(2) + 1 = 4 - 6 + 1 = -1 \rightarrow P^2(2) = (-1)^2 = 1$$

$$\rightarrow \frac{2P(3) + P(-1)}{P^2(2)} = \frac{2 + 5}{1} = \frac{7}{1} = 7 \quad \text{جواب نهایی}$$

6

• با توجه به اینکه $P(2)$ و $P(4)$ در جدولی های برگشته یا مساوی قرار می گیرند و در معادله $3x + 1$ جاگذاری می شوند و $P(-2)$ چون در جدولی های کوچکتر قرار دارد، در معادله $2x^2$ جای گذاری می شود.

$$P(x) \rightarrow x \geq 2 \quad P(4) \Rightarrow 3(4) + 1 = 13 \rightarrow 3P(4) = 3 \times 13 = 39 \rightarrow 3P(4)$$

$$P(x) \rightarrow x \geq 2 \quad P(-2) \Rightarrow (-2)^2 = 4 \rightarrow 2P(-2) = 2 \times 4 = 8 \rightarrow 2P(-2)$$

$$P(x) \rightarrow x \geq 2 \quad P(2) \Rightarrow 3(2) + 1 = 7 \rightarrow P(2) \rightarrow \frac{3P(4) - 2P(-2)}{P(2)} = \frac{39 - 8}{7} = \frac{31}{7} \quad \text{جواب نهایی}$$

7

• فقط کافیت بداییم $P = x$ (دانشه؛ مؤلفه؛ تحقق؛ لایه؛ اول) و $P = P(x)$ (برر؛ مؤلفه؛ تحقق؛ لایه؛ دوم) است.

$$P(x) \xrightarrow{\text{ایه رفتن ۱}} 1 \rightarrow P(P(x)) = P(1) \xrightarrow{\text{ایه رفتن ۲}} 2 \rightarrow P(P(1))$$

$$P(x) \xrightarrow{\text{ایه رفتن ۲}} 2 \rightarrow P(P(x)) = P(2) \xrightarrow{\text{ایه رفتن ۳}} 3 \rightarrow P(P(2))$$

$$P(x) \xrightarrow{\text{ایه رفتن ۳}} 3 \rightarrow P(P(x)) = P(3) \xrightarrow{\text{ایه رفتن ۴}} 4 \rightarrow P(P(3))$$

$$\rightarrow \frac{P(P(4)) - P(P(3))}{P(1) - 2} = \frac{4 - 3}{1 - 2} = \frac{1}{-1} = -1 \quad \text{جواب نهایی}$$

8

• برای آنکه $1-2$ از $(\sqrt{3}-2)$ حذف شود، تابع $P(x)$ را در $(x+2)$ می نویسیم:

$$P(x) = \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 + 4x + 5} \rightarrow \frac{x^2 + 4x + 5 + 4}{x^2 + 4x + 5 + 1} \Rightarrow P(x) = \frac{(x+2)^2 + 4}{(x+2)^2 + 1}$$

$$P(\sqrt{3}-2) = \frac{(\sqrt{3}-2+2)^2 + 4}{(\sqrt{3}-2+2)^2 + 1} = \frac{3+4}{3+1} = \frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$

$$P(P(\sqrt{3}-2)) \rightarrow \frac{(7/4+2)^2 + 4}{(7/4+2)^2 + 1} = \frac{16+5}{16+1} = \frac{21}{17} \quad \text{جواب نهایی}$$

9

$$P(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + \frac{1}{(\sqrt{x})^2} = x + \frac{1}{x} \rightarrow P(x) = (x + \frac{1}{x})^2$$

$$P(x) = x + \frac{1}{x} \rightarrow (P(\sqrt{x}))^2 - P(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - (x + \frac{1}{x}) = \frac{2}{x} \quad \text{جواب نهایی}$$

10