

۱. معادله $y = \sqrt{x} f(x) \geq 0$ را برای $x \geq 0$ حل کنید. $\rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \rightarrow x = 0 \\ f(x) \geq 0 \end{cases}$

حالات زیر را بررسی می‌کنیم:

بازه	x	$f(x)$	$x f(x)$
$[-5, 0]$	-	+	-
$[0, 2]$	-	-	+
$(2, 5]$	+	-	-
$(5, \infty)$	+	+	+

پس $D_f = [-5, 0] \cup [2, 5]$

۲. معادله $y = \sqrt{\frac{-x}{f(x)}} \geq 0$ را برای $x \leq 0$ حل کنید. $\rightarrow \frac{-x}{f(x)} \geq 0$ و $f(x) \neq 0$

از طرف دیگر، می‌توانیم که صفرها را تابع $f(x)$ را بررسی کنیم:

بازه	x	$f(x)$	$\frac{-x}{f(x)}$
$(-\infty, -3]$	-	+	+
$[-3, 0]$	-	-	+
$[0, 2]$	-	+	-
$[2, 5]$	-	-	+
$(5, \infty)$	-	+	-

پس $D_f = (-3, 0) \cup (0, 2)$

۳. ابتدا مقدار P را در $x=2$ محاسبه می‌کنیم: $(f(2)) = (f(x))$

$$x=2 \Rightarrow f(2) - 2f(2) = \frac{f(2)}{2} - 3\frac{f(2)}{2} + 2 = 2 \rightarrow -f(2) = 2 \rightarrow f(2) = -2$$

حالا $f(x) = x^2 - 3x$ را در $x=-2$ محاسبه می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 - 3x \rightarrow f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) = 4 + 6 = 10$$

۴. ابتدا مقدار $P(1)$ و $P(5)$ را حساب کرده و پس $P(f(1))$ و $P(f(5))$ را محاسبه می‌کنیم.

$$P(1) \rightarrow 2(1) + 3 = 5 \rightarrow P(P(1)) = P(5) = 5 - \sqrt{5} + 4 = 5 - \sqrt{5} = \frac{10 - \sqrt{5}}{2}$$

$$P(5) \rightarrow 5 - \sqrt{5} + 4 = 5 - \sqrt{5} = 2 \rightarrow P(P(5)) = P(2) = 2\frac{f(2)}{2} + 3 = 7 \rightarrow P(P(5)) = 7$$

$$\rightarrow P(P(1)) + P(P(5)) = 2 + 7 = 9$$

کافیت (۱-۲) و (۲-۱) را در تابع مورد نظر جای گذاری کرده و بعد هم معادله را حل می‌کنیم...

$$f(x) = ax^2 - bx + 2$$

$$f(x-1) = a(x-1)^2 - b(x-1) + 2 = a(x^2 + 1 - 2x) - b(x-1) + 2 = ax^2 + a - 2ax - bx + b + 2$$

$$f(x-1) - f(x) = 2x + 2 \rightarrow ax^2 + a - 2ax - bx + b + 2 - (ax^2 - bx + 2) = 2x + 2$$

$$\rightarrow -2ax + (a+b) = 2x + 2 \rightarrow -2a = 2, \quad a+b = 2$$

$$\rightarrow a = -1$$

$$\rightarrow a - b = -1 - (-5) = 4$$

• در فرضیه‌های زیری و تابع (جایگزینی) $P(x)$...

$$P(x) = x^2 - 3x + 1$$

$$\rightarrow P(3) = (3)^2 - 3(3) + 1 = 9 - 9 + 1 = 1 \rightarrow 2P(3) = 2 \times 1 = 2$$

$$\rightarrow P(-1) = (-1)^2 - 3(-1) + 1 = 1 + 3 + 1 = 5$$

$$\rightarrow P(2) = (2)^2 - 3(2) + 1 = 4 - 6 + 1 = -1 \rightarrow P^2(2) = (-1)^2 = 1$$

$$\rightarrow \frac{2P(3) + P(-1)}{P^2(2)} = \frac{2 + 5}{1} = \frac{7}{1} = 7 \rightarrow \text{جواب نهایی}$$

6

• با توجه به اینکه $P(2)$ و $P(4)$ در جدولی و $P(-2)$ در جدولی دیگر قرار دارد، در معادله‌ی $3x^2 + 1$ جایگزینی می‌کنیم و $P(-2)$ چون در جدولی دیگر قرار دارد، در معادله‌ی $3x^2 + 1$ جایگزینی می‌کنیم.

$$P(x) \rightarrow x \geq 2 \rightarrow P(4) = 3(4) + 1 = 13 \rightarrow 3P(4) = 3 \times 13 = 39 \rightarrow 3P(4)$$

$$P(-2) \rightarrow (-2)^2 = 4 \rightarrow 2P(-2) = 2 \times 4 = 8 \rightarrow 2P(-2)$$

$$P(2) \rightarrow 3(2) + 1 = 7 \rightarrow P(2) \rightarrow \frac{3P(4) - 2P(-2)}{P(2)} = \frac{39 - 8}{7} = \frac{31}{7} \rightarrow \text{جواب نهایی}$$

7

• فقط کافیت بدینیم $P_f = x$ (دانشه؛ مؤلفه؛ تحقیق؛ لایه؛ اول) و $P_f = P(x)$ (بربر؛ مؤلفه؛ تحقیق؛ لایه؛ دوم) است.

$$P(4) \xrightarrow{\text{این رفتن است}} 1 \rightarrow P(P(4)) = P(1) \xrightarrow{\text{این رفتن است}} 9 \rightarrow P(P(4))$$

$$P(3) \xrightarrow{\text{این رفتن است}} 2 \rightarrow P(P(3)) = P(2) \xrightarrow{\text{این رفتن است}} 9 \rightarrow P(P(3))$$

$$P(1) \xrightarrow{\text{این رفتن است}} 4 \rightarrow P(P(1)) = 4 - 2 = 2 \rightarrow P(P(1))$$

$$\rightarrow \frac{P(P(4)) - P(P(3))}{P(1) - 2} = \frac{9 - 9}{4 - 2} = \frac{0}{2} = 0 \rightarrow \text{جواب نهایی}$$

8

• برای آنکه $1 - 2$ از $(\sqrt{3} - 2)$ خفیفه، تابع $P(x)$ را به سبب $(x + 2)$ می‌نویسیم:

$$P(x) = \frac{x^2 + 4x + 9}{x^2 + 4x + 5} \rightarrow \frac{x^2 + 4x + 5 + 4}{x^2 + 4x + 5 + 1} \rightarrow P(x) = \frac{(x+2)^2 + 5}{(x+2)^2 + 1}$$

$$P(\sqrt{3} - 2) = \frac{(\sqrt{3} - 2 + 2)^2 + 5}{(\sqrt{3} - 2 + 2)^2 + 1} = \frac{3 + 5}{3 + 1} = \frac{8}{4} = 2$$

$$P(P(\sqrt{3} - 2)) \rightarrow \frac{(2+2)^2 + 5}{(2+2)^2 + 1} = \frac{16 + 5}{16 + 1} = \frac{21}{17} \rightarrow \text{جواب نهایی}$$

9

• جایگزینی می‌کنیم:

$$P(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + \frac{1}{(\sqrt{x})^2} = x + \frac{1}{x} \rightarrow P(x) = (x + \frac{1}{x})^2$$

$$P(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$\rightarrow (P(\sqrt{x}))^2 - P(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 - (x + \frac{1}{x}) = \frac{1}{x^2} \rightarrow \text{جواب نهایی}$$

10