رسا طالبی

۱۹٫۷۵

۱) $a_n : \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \Rightarrow a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{1}{2}(2)^{n-1}$ (۲)

الف) $a_{10} = \frac{1}{2}(2)^{10-1} = 256$ ✓ $\qquad \frac{a_2}{a_1} = q = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{a_{13} q^4}{a_{13}} = q^4 = 2^4 = 16$ ✓

ج) $b^2 = ac = a_4 a_{10} = a_1^2 q^{12} = (a_1 q^6)^2 = (a_7)^2$

$a_7 = a_1 q^6 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 2^5 = 32$ ✓ واسطه هندسی

د) $a_n = 128 = a_1 q^{n-1} = \frac{1}{2}(2)^{n-1} = 2^7 = 2^{-1} \times 2^{n-1} \Rightarrow n-1 = 8 \Rightarrow n = 9$

هفت نوشتی؟!

۲) $\frac{a_8}{a_5} = q^3 = \frac{96}{12} = 8 \Rightarrow q = 2$ (۲)

$a_{10} = a_8 q^2 = 96 \times (2^2) = 384$ ✓

۳) الف) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = (\text{جمله وسط})^n = a_3^n = a_3^5 = 3^5 \Rightarrow a_3 = 3$ ✓ (۲)

ب) حاصل ضرب جملات $a_3^n = (a_1 \cdot a_5)^{\frac{n}{2}} = 3^5 = (a_1 \cdot a_5)^{\frac{5}{2}} \Rightarrow a_1 \cdot a_5 = 3^2 = 9$ ✓

۴) $2^a \cdot 2^b = (4\sqrt{2})^2 = 32 = 2^{a+b} \Rightarrow a + b = 5$ (۲)

b, a واسطه حسابی $\Rightarrow a = b + 2d \Rightarrow b + b + 2d = 2b + 2d = 5$

$\frac{a+b}{2} =$ واسطه! راه دوم! $b + d = \frac{5}{2}$ واسطه حسابی ✓ $= \frac{5}{2}$

۵) سوال ۵) $(1+x)(1-x) = x^2$ (۱٫۷۵)

$1 - x^2 = x^2$

$1 = 2x^2$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

[illegible] $q^4 = 20$ میشه!

۲

۶)

$a_1 + a_4 = ۲۸$

$a_2 + a_3 = ۱۲$

$\Big\} \; a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = ۴۰$

$\dfrac{a(q^n - ۱)}{q - ۱} = ۴۰$

$\dfrac{a_1 + a_4}{a_2 + a_3} = \dfrac{۷}{۳} = \dfrac{a_1(۱ + q^۳)}{a_1 q(۱ + q)} = \dfrac{۷}{۳} \Rightarrow ۳ + ۳q^۳ = ۷q + ۷q^۲$

$۳(۱ + q^۳) = ۷q(۱ + q)$

$۳(۱ + q)(۱ + q^۲ - q) = ۷q(۱ + q)$

$۳ + ۳q^۲ - ۳q = ۷q \Rightarrow$

$۳q^۲ + ۳ - ۱۰q = ۰$

روش رومی

$\Rightarrow q^۲ - ۱۰q + ۹ = ۰ \Rightarrow$

$(q - ۹)(q - ۱) = ۰ \Rightarrow$

$q = \dfrac{۹}{۳} = ۳$

یا

$q = \dfrac{۱}{۳}$

$a_1(۱ + q^۳) = ۲۸$

$q = ۳: \; a_1(۲۸) = ۲۸ \Rightarrow a_1 = ۱ \Rightarrow$ $\boxed{a_4 = ۲۷}$ بزرگترین جمله

$q = \dfrac{۱}{۳}: \; a_1\left(\dfrac{۲۸}{۲۷}\right) = ۲۸ \Rightarrow$ $\boxed{a_1 = ۲۷}$ ✓ بزرگترین جمله

$\boxed{a_4 = ۱}$

۲

۷)

$a_1 + a_2 + a_3 = ۱۳$

$a_1 \times a_2 \times a_3 = (a_2)^۳ = ۲۷ = ۳^۳ \Rightarrow a_2 = ۳$

$\Rightarrow a_1 + ۳ + a_1 q^۲ = ۱۳ \Rightarrow a_1(۱ + q^۲) = ۱۰$

$\dfrac{a_2}{q} = \dfrac{۳}{q} \Rightarrow \dfrac{۱۰q}{۳} = ۱ + q^۲ \Rightarrow$

$۳ + ۳q^۲ - ۱۰q = ۰$ روش رومی $\Rightarrow$

$q^۲ - ۱۰q + ۹ = ۰ \Rightarrow$

$(q - ۹)(q - ۱) = ۰ \Rightarrow$

$q = \dfrac{۹}{۳} = ۳$

یا

$q = \dfrac{۱}{۳}$

$\dfrac{۳}{۳} = \dfrac{۳}{q} = \dfrac{a_2}{q}$

$a_1 = ۱$

$a_2 = ۳$ ✓

$a_3 = ۹$

دارای ۲ نوع جواب

$\dfrac{۳}{\frac{۱}{۳}} = \dfrac{۳}{q} = \dfrac{a_2}{q}$

$a_1 = ۹$

$a_2 = ۳$ ✓

$a_3 = ۱$

۸)

$a_n = ۲, ۶, ۱۸, \dots$

(۲)

الف) $q = \frac{a_2}{a_1} = ۳ \Rightarrow S_{۱۰} = \frac{a(q^n - ۱)}{q - ۱} = \frac{۲(۳^{۱۰} - ۱)}{۲} = ۳^{۱۰} - ۱$ ✓

ب) $P = (a_1 \cdot a_{۱۰})^{\frac{n}{۲}} = (a_1 \cdot a_1 q^9)^{\omega} = (۲ \times ۲ \times ۳^9)^{\omega}$

$= (۲^۲ \times ۳^9)^{\omega} = ۲^{۱۰} \times ۳^{۴۵}$ ✓

۹)

(۲)

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$a_1, a_1 q^1, a_1 q^2, \dots, a_1 q^{n-1}$

$a_2 - a_1, a_3 - a_2, \dots, a_n - a_{n-1}$

$a(q-1), a(q^2-q), \dots, a(q^{n-1} - q^{n-2})$

$\times q$, $\times q$, $\times q$

$\Rightarrow$ قدرنسبت $= q$ ✓

۱۰)

(۲)

الف) $S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-1)d)$

$a_1 + a_2 + \dots + a_n = a_1 + a_1 + d + a_1 + ۲d + \dots + a_1 + (n-1)d$

a_1 در n , $۱ + ۲ + ۳ + \dots + n-1$ در d

$\Rightarrow S_n = n a_1 + \frac{(n-1)n}{۲} d = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-1)d)$ ✓

ب) $S_n = \frac{a(q^n - ۱)}{q - ۱}$

$S_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^{n-1}$

$S_n q = a_1 q + a_1 q^2 + a_1 q^3 + \dots + a_1 q^n$ $\Rightarrow$ $S_n q - S_n = a_1 q^n - a_1$

$S_n (q-1) = a_1 (q^n - ۱)$

$\Rightarrow S_n = a_1 \frac{(q^n - ۱)}{q - ۱}$ ✓