نام و نام خانوادگی .....آیدین ابراهیمی..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱.۴.. کلاس .....A.....شنبه.....

$a_n = \frac{1}{2}, 1, 2, \dots \quad q = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \quad a_n = aq^{n-1} \quad a_n = 2^{n-2}$

الف) $a_{10} = 2^{10-2} = 2^8 = 256$

ب) $\frac{a_{17}}{a_{13}} = \frac{aq^{16}}{aq^{12}} = q^4 = 2^4 = 16$

ج) $2^{4-2} \times 2^{10-2} = 2^2 \times 2^8 = 2^{10} \xrightarrow{b^2=ac} b = \sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32$

د) $2^{n-2} = 128 = 2^7 \quad \boxed{n=9}$

۲

$\frac{a_5}{a_3} = aq^4 = 12 \quad , \quad a_8 = 96 = aq^7 \quad \frac{a_8}{a_5} = \frac{q^7}{q^4} = q^3 = \frac{96}{12} = 8$

$q = \sqrt[3]{8} = 2 \qquad a_{10} = a_8 \times q^2 = 96 \times 2^2 = 384$

۳

الف) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times a_5 = 243 \Rightarrow (a_3)^5 = 243 = 3^5$

$\boxed{a_3 = 3}$

ب) $a_1 \times a_5 = (a_3)^2 = 3 \times 3 = 9$

$\boxed{b^2 = ac}$

۴

$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \qquad a+b = 22 \qquad$ بنابراین $\qquad \frac{a+b}{2} = 16$

$\boxed{a_n = aq^{n-1}}$

۵

$(x+1)(-x+1) = -x^2 + 1 = x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \qquad x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$a_1 + a_4 = 28$ $\quad a_1 + a_1q^3 = 28 \Rightarrow a_1(1+q^3) = 28$ (2)

$a_2 + a_3 = 12$ $\quad a_1q + a_1q^2 = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{q(1+q)}$ (1)

رابطه (1) را در (2) قرار می دهیم

$28 = \frac{12}{q(1+q)}(1+q^3)$ $\xrightarrow{\text{ضرب وسطین در } q(1+q)}$ $12(1+q^3) = 28q(1+q)$

$12q^3 - 28q^2 - 28q + 12 = 0 \Rightarrow (q-3)(3q^2+2q-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q=3 \\ q=\frac{1}{3} \end{cases}$

اگر $q=3$ $\longrightarrow$ جملات: $1, 3, 9, 27$ $\quad$ اگر $q=\frac{1}{3}$ $\longrightarrow$ جملات: $27, 9, 3, 1$

(27 = بزرگ ترین) $\quad$ (بزرگ ترین 27)

(11) $a + aq + aq^2 = 13$ $\quad a \times aq \times aq^2 = 27$

$a^3q^3 = 27 \Rightarrow aq = 3$ در رابطه (1) قرار می دهیم

$\frac{3}{q} + 3q = 10$ $\xrightarrow{\text{در } q \text{ ضرب}}$ $3 + 3q^2 = 10q$ $\quad \frac{3}{q} + 3 + 3q = 13$

$(3q-1)(q-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} q=3 \\ q=\frac{1}{3} \end{cases}$ $\quad 3q^2 - 10q + 3 = 0$

a_1, a_2, a_3 $\nearrow 1, 3, 9$ $\quad$ $\searrow 9, 3, 1$ $\quad$ پس

الف) $a_n = 2, 6, 18, \dots$ $\quad a_1 \times \frac{a^n - 1}{a-1} = 2 \times \frac{3^{10}-1}{3-1} = 3^{10} - 1$

ب) $(2 \times 2 \times 3^9)^5 = 2^{10} \times 3^{45}$

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

$a_1, aq, aq^2, aq^3, \dots$

$(a - aq), (aq - aq^2), (aq^2 - aq^3) \dots$

$a(1-q), aq(1-q), aq^2(1-q), \dots$

$\frac{aq(1-q)}{a(1-q)} = q$ $\Leftarrow$ قدرنسبت جملات به دست آمده برابر با قدرنسبت همان دنباله هندسی است.

الف) $a_n = a_1 + (n-1)d$ $\quad \begin{cases} S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_2 + a_1 \end{cases}$ از جمع دو عبارت $\Rightarrow$ داریم:

$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) = n(a_1 + a_n)$

$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ برای گرفتن a_n داریم: $a_n = a_1 + (n-1)d \Longrightarrow S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

ب) $S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$ $\xrightarrow{\text{دو طرف را در } q \text{ ضرب می کنیم}}$ $qS_n = qa + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^n$

دو عبارت را از هم کم می کنیم $\quad qS_n - S_n = aq^n - a \Longrightarrow S_n = \frac{a(q^n - 1)}{q-1}$