

الف) $a_1 = \frac{1}{r}$ $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{\frac{1}{r}} = r$
 $a_{10} = a_1 q^9 = 254$

ج) $a_2 = 4$ $a_{10} = 254$
 واسطه = $254 \times 4 = 1016 = \sqrt{1016} = 32$

ب) $\frac{a_{14}}{a_{13}} = \frac{a_1 q^{14}}{a_1 q^{13}} = q^1 = r = 14$

$\frac{1}{r} \times r^{n-1} = 128$
 $r^{n-1} = 128 \times r$
 $n-1 = 8$
 $n = 9$

$a_4 = 12$
 $a_8 = 94$

$\frac{a_8}{a_4} = \frac{a_1 q^8}{a_1 q^4} \cdot q^4 = \frac{94}{12} = 8$

$q = 2$

$a_{10} = a_4 \times q^{10-4} = 12 \times 2^6 = 384$

$a_1, a_2, a_4, a_8, a_{16}$

$a_1 \times a_2 \times a_4 \times a_8 \times a_{16} = a_1^5 q^{10} = 243$

$\Rightarrow a_1 = a_1 q^4$

$a_1^5 q^{10} = (a_1 q^4)^5 = a_1^5 q^{20} = 243 \Rightarrow a_1 = \sqrt[5]{243} = 3$

$a_1 \times a_5 = a_1 \times a_1 q^4 = a_1^2 q^4 = (a_1 q^2)^2$

$a_1 \times a_9 = 4^2 = 4$

$r \sqrt{r} = r^2 \times \frac{1}{r} = r^{\frac{3}{2}}$

واسطه حسابی = $\frac{a+b}{r} = \frac{a}{r}$

$r^a, r^{\frac{a}{r}}, r^b$

$(r^{\frac{a}{r}})^r = r^a = r^a \times r^b$

$a+b = a$

$2x = 1-x$ $a_7 = x$ $a_{11} = x+1$

س جمله ۳ تا ۷ و جمله ۴ تا ۸ جمله و ۳ عدم اختلاف در بین ۷ و ۱۱ هم ۴

$x = (1-x)q^4$ $(x+1) = xq^4$

$q^4 = \frac{x}{1-x} = \frac{x+1}{x} \Rightarrow x^2 = (1-x)(x+1) = 1-x^2$

$2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow$ (به خاطر q) متقی نمی تواند باشد

$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$aq, aq^2, aq^3, aq^4$$

$$aq + aq^2 = 12$$

$$a + aq^3 = 18$$

$$aq(1+q) = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{q(1+q)}$$

$$\frac{12}{q(1+q)} (1+q^3) = 18$$

$$12(1-q+q^2) = 18q$$

$$4q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$\Delta = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{44}}{4} = 3 \pm \frac{1}{2} \Rightarrow q$$

نیز قدرین جمله ۲۷

دنباله = ۱، ۳، ۹، ۲۷

$$a + aq + aq^2 = 13$$

$$3(1+q+q^2) = 13q$$

$$a \times aq \times aq^2 = 27$$

$$13q = 3 + 3q + 3q^2$$

$$(aq)^3 = 27 \Rightarrow aq = 3$$

$$4q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$a = \frac{3}{q}$$

$$q = \frac{10 \pm \sqrt{44}}{4} \Rightarrow q = 3 \pm \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{q} (1+q+q^2) = 13$$

$$\text{جملات اول تا سوم} = (1, 3, 9) \text{ و } (9, 3, 1)$$

الف) $\frac{2, 4, 18}{\times 3 \times 3}$

$$a_1 = 2$$

$$q = 3$$

$$S_{10} = 2 \left(\frac{3^{10} - 1}{3 - 1} \right) = 3^{10} - 1$$

$$= 59048$$

ب) $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 \times \dots \times a_{10} = \frac{n(n-1)}{2} a$
 $a \times aq \times aq^2 \times \dots \times aq^9 = a^{10} \times q^{45}$
 $= 2^{10} \times 3^{45}$

دنباله اولیه

$$a, aq, aq^2, aq^3, \dots$$

$$\text{در یک دنباله هندسی} \rightarrow \frac{a_2}{a_1} = q$$

دنباله ثانویه

$$a - aq, aq - aq^2, \dots$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{aq(q-1)}{a(q-1)} = q$$

$$= a(q-1), aq(q-1), aq^2(q-1)$$

بنابراین دنباله هندسی است

$$S_n = a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a+(n-1)d)$$

$$S_n = (a_1 + (n-1)d) + (a_1 + (n-2)d) + \dots + a_1$$

$$\text{اگر جمع کنیم} = a + (a+(n-1)d) = 2a + (n-1)d$$

$$a + d + (a+(n-1)d) = 2a + (n-1)d$$

$$2S_n = n(2a + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$$

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

$$\times q \rightarrow aqS_n = aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1} + aq^n$$

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

$$aqS_n = aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} + aq^n$$

$$S_n - aqS_n = a - aq^n$$

$$S_n(1-a) = a(1-a^n) \Rightarrow S_n = a \left(\frac{1-a^n}{1-a} \right)$$