۱۸,۷۵

۱ (۲)

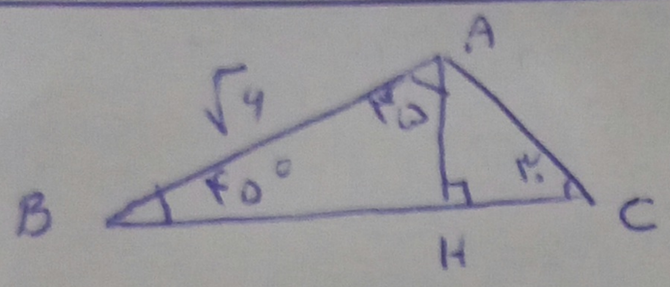
الف) $\sin^2 135 - \cos^2 150 = \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$ ✓

ب) $\frac{1+3\times\frac{1}{3}}{4\times\frac{3}{4}+2\times\frac{1}{2}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ✓

$\cos(\alpha+\alpha) = -\cos\alpha$
$\tan(\alpha+\alpha) = \tan\alpha$

۲ (۲)

الف)



مثلث سادگی پاش AHB قائم‌الزاویه

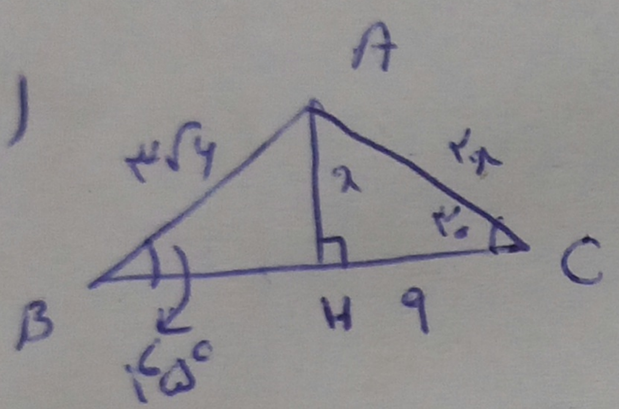
$AH = \sqrt{12}$

در مثلث AHC: $AC^2 = AH^2 + HC^2$

$(2\sqrt{12})^2 = (\sqrt{12})^2 + HC^2$

$HC = 3$ ✓

ب)



در مثلث $AC^2 = AH^2 + HC^2$

$(2x)^2 = x^2 + 81$ ⇒ $3x^2 = 81$ ⇒ $x^2 = 27$

$x = 3\sqrt{3}$

در مثلث ABH: $(3\sqrt{4})^2 = (3\sqrt{3})^2 + BH^2$

⇒ $BH^2 = 63$

$BH = 3\sqrt{3}$

مثلث سادگی پاش

$\Rightarrow \hat{B} = \frac{180-(90)}{2} = 45°$ ~~~~

$\hat{B} = 45°$ ✓

۳ (۲)

الف) $\sin 30° = \frac{5\sqrt{3}}{BC}$

~~$BC = 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$~~ ← در مثلث ABC

~~$BC = 5 \times 3$~~

$BC = 15$ (I)

در مثلث ABD:

$\tan 45° = \frac{5\sqrt{3}}{BD} \Rightarrow BD = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$BD = 5$ (II)

از رابطه I و II استفاده می‌کنیم:

$BC - BD = DC \Rightarrow 150 - 50 = 100$

$DC = 100$ ✓

ب) در مثلث ABC: $\tan 45° = \frac{BC}{AB}$

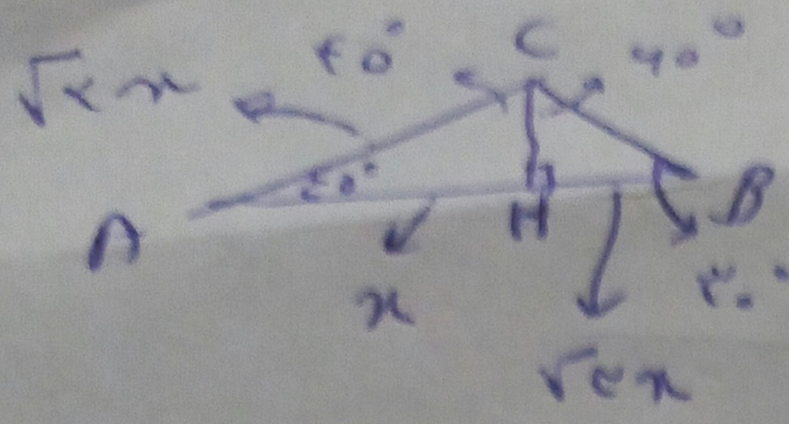
$\sqrt{3} = \frac{BC}{2}$ $BC = 2\sqrt{3}$

در مثلث DBC: $DC^2 = PB^2 + BC^2$

$DC^2 = 1 + 12 = 13$

$DC = \sqrt{13}$ → $\sin\alpha = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$ ✓

۴) ارتفاع برج AB را به دست آورید:



$CH = AH = x$ (۲) در مثلث ACH

$AC = \sqrt{2}x$

در مثلث HCB

$\tan 60 = \frac{HB}{HC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{HB}{x}$ $HB = \sqrt{3}x$

$AB = AH + HB = x + \sqrt{3}x = x(1+\sqrt{3})$

$AC = \sqrt{2}x$ $\frac{AB}{AC} = \frac{x(1+\sqrt{3})}{x\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ ✓ صحیح

$S_{ABE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \sin\alpha_1 = \frac{4}{9}$

$S_{BCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin\alpha_2$

(ب) $\alpha_1 = \alpha_2$ متقابل به رأس (۲)

(ب) بر اساس مثلث‌های مربوطه ←

$\begin{cases} S_{ABE} = \frac{1}{2}\sin\alpha_1 \times BE \times AB \\ S_{BCD} = \frac{1}{2}\sin\alpha_2 \times BC \times BD \end{cases}$

نسبت دو مساحت $\frac{4}{9}$ ✓

---

۶) (۱٫۷۵)

الف) سطح متوازی‌الاضلاع $= a_{ضلع} \times b_{ضلع} \times \sin\alpha$

$S = 3 \times 4 \times \sin 120^\circ = 3 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ ✓

$\sin 120^\circ \to \frac{\sqrt{3}}{2}$

ب) $S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = \frac{1}{2} \times \text{قطر}_1 \times \text{قطر}_2 \times \sin\alpha$

$S = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times \sin 120^\circ = 3\sqrt{3}$

دقت! $\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan\theta = \frac{\Delta Y}{\Delta x} = \frac{4-2}{3-(-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

۷) (۲)

$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ $1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2\theta} \Rightarrow \cos^2\theta = \pm\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos\theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ✓ ← تانژانت مثبت است نه فقط + تانژانت مثبت است

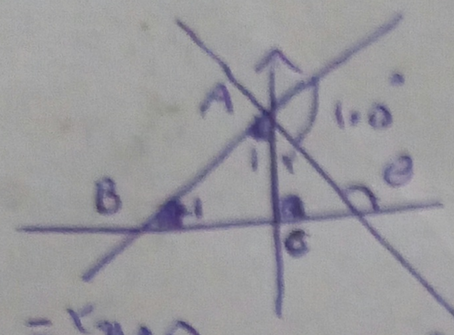
۸

$y = mx + b$ $\quad m = \tan\theta = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$

$\downarrow$ زیر

$2y = 2x + 5 \xrightarrow{x=0} 2y = 5 \Rightarrow y = 2.5$

$\xrightarrow{y=0} 2x = -5 \Rightarrow x = -2.5$



$2y = 2x + 5$ $\quad y_1 = mx + b$

$\Downarrow$

$y_2 = x + \frac{5}{2}$

Δ_{AOB} متساوی‌الساقین $\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 45^\circ$

$\Rightarrow \hat{A}_2 = 180 - (45 + 120) = 15^\circ$

$\hat{A}_2 = 30^\circ$

$\Rightarrow \hat{\theta} = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$ زاویه خارجی

$y_1 = y_2 \quad x + \frac{5}{2} = mx + b \xrightarrow{m = -\sqrt{3}}$

$x + \frac{5}{2} = -\sqrt{3}x + b \xrightarrow{x=0}$

دقت!

$b = +\frac{5}{2}$

$mb = \frac{+5}{4} \times -\sqrt{3}$

$mb = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$

۱,۷۵

۹

$F(x) = -\cos x + \cos x - (-\cot x)$

$F(x) = \cot x \Rightarrow F\left(\frac{5}{4}\pi\right) = \cot\left(\frac{5}{4}\pi\right) = -\sqrt{3}$

۲

۱۰

$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\cos(\pi + x) - \sin(-x)} = \frac{-\cos x + \sin x}{-\cos x + \sin x} = 1$ ~~1~~ -1

$+\cos x$ $\quad -\sin(x)$

باید اینارو تعیین علامت کنی!

$-\cos(x)$ $\quad -\sin(x)$

۱,۲۵