سئوالات مرادکرد – دهم ریاضی B – تألیف شماره ۲۰

۱- الف) $\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}-\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)=\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲-\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲=\frac{۲}{۴}-\frac{۳}{۴}=-\frac{۱}{۴}$

ب) $\frac{۱+۳\left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)^۲}{۴\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲+۲\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲}=\frac{۲}{۳+۱}=\frac{۱}{۲}$

۲- الف) $BH=\sqrt{۶}\,\sin ۴۵=\sqrt{۳}\Rightarrow (BH)^۲+(HC)^۲=(BC)^۲$

$\Rightarrow ۳+(HC)^۲=۱۲\Rightarrow HC=\sqrt{۹}$

ب) $AC\cos ۳۰=۹\Rightarrow AC=۶\sqrt{۳}\xrightarrow{\text{فیثاغورس}}(AH)^۲=۱۰۸-۸۱\Rightarrow AH=۳\sqrt{۳}$

$\Rightarrow \sin\beta=\frac{\cancel{۳}\sqrt{۳}}{\cancel{۳}\sqrt{۶}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow \boxed{\beta=۴۵^\circ}$

۳- الف) $AC\sin ۳۰=۵۰\sqrt{۳}\Rightarrow AC=۱۰۰\sqrt{۳}\Rightarrow BC=AC\cos ۳۰=۱۵۰$

$AD\sin ۶۰=۵۰\sqrt{۳}\Rightarrow AD=۱۰۰\Rightarrow BD=AD\cos ۶۰=۵۰\Rightarrow DC=۱۵۰-۵۰=۱۰۰$

ب) $\hat{C}=۳۰^\circ\Rightarrow AC\sin ۳۰^\circ=۲\Rightarrow AC=۴\Rightarrow BC=۲\sqrt{۳}$

$\xrightarrow{\text{فیثاغورس}}(DC)^۲=(DB)^۲+(BC)^۲=۱+۱۲\Rightarrow DC=\sqrt{۱۳}\Rightarrow \sin\alpha=\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}$

۴- $\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sin ۱۰۵}{\sin ۳۰}=\frac{\sin ۱۳۵\cos ۳۰-\cos ۱۳۵\sin ۳۰}{\sin ۳۰}$

$=\frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}-\frac{-\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲}}$

$=\boxed{\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{۲}}$

۵- $\frac{S_{\overset{\triangle}{ABE}}}{S_{\overset{\triangle}{BCD}}}=\frac{\cancel{\frac{۱}{۲}}\times ۲\times ۴\times\cancel{\sin B}}{\cancel{\frac{۱}{۲}}\times ۶\times ۳\times\cancel{\sin B}}=\frac{۸}{۱۸}=\boxed{\frac{۴}{۹}}$

۶- الف) $S_{\text{متوازی‌الاضلاع}}=۲(S_{\text{مثلث}})=۴\times ۳\times\sin ۱۲۰^\circ=۳\times ۴\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}=۶\sqrt{۳}$

ب) $S_{\text{متوازی‌الاضلاع}}=۳\times ۴\times\sin ۱۲۰\times\frac{۱}{۲}=۳\sqrt{۳}$

۷ـ

$$m = \tan\alpha = \frac{۴-۲}{۳-(-۱)} = \frac{۱}{۲}$$

$$\tan^۲\alpha + ۱ = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow \frac{۱}{۴} + ۱ = \frac{۱}{\cos^۲\alpha} \Rightarrow \cos^۲\alpha = \frac{۴}{۵} = ۰/۸ \Rightarrow \cos\alpha = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$$

۸ـ

$$۲y = ۲x + ۵ \Rightarrow y = x + ۲/۵ \Rightarrow m = ۱ \Rightarrow \tan\alpha = ۱ \Rightarrow \alpha = ۴۵^\circ$$

$$m_۲ = \tan(۱۰۵ + ۴۵) = \tan ۱۵۰ = \frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$

$b_۱ = b_۲ \rightarrow$ عرض از مبدأ برابر دارند $\Rightarrow b_۲ = ۲/۵$

$$\Rightarrow mb = \frac{۵}{۲} \times \frac{-\sqrt{۳}}{۳} = \frac{-۵\sqrt{۳}}{۶}$$

۹ـ

$$f_{(x)} = \cancel{-\cos x} + \cancel{\cos x} + \cot x \Rightarrow f_{(x)} = \cot x$$

$$\Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۶} \Rightarrow f_{(x)} = \cot\frac{۵\pi}{۶} = \cot ۱۵۰^\circ = \boxed{-\sqrt{۳}}$$

۱۰ـ ابتدا ضرایب ۲π که زائد است ولی تأثیری ندارند را به شکل زیر حذف می‌کنیم سپس ساده می‌کنیم!

$$\frac{\sin(\cancel{۸\pi} + \frac{\pi}{۲} + x) + \cos(\cancel{۶\pi} + \frac{۳\pi}{۲} - x)}{\cos(\cancel{۲\pi} + \pi + x) - \sin(\cancel{۴\pi} + ۲\pi - x)} = \frac{\sin(\frac{\pi}{۲} + x) + \cos(\frac{۳\pi}{۲} - x)}{\cos(\pi + x) - \sin(۲\pi - x)}$$

$$= \frac{\cos x - \sin x}{-\cos x + \sin x} = \frac{\cancel{\cos x - \sin x}}{-۱(\cancel{\cos x - \sin x})} = \boxed{-۱}$$