۱۹٫۷۵ آفرین!

نام و نام خانوادگی سید محمد حسین رجائی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱ کلاس ۲۱ دبیرستان A

۲) $(1!+3!+5!+\dots+25!)(2!+4!+6!+\dots+26!)=\dots$

$1! = 1$ ، $3! = 6$ ، از $5!$ به بعد به علت وجود عامل ۲ و ۵ یکان صفر است ⟵ یکان ۷

$2! = 2$ ، $4! = 4\times3\times2\times1 = 24$ ، از اینجا یکان صفر ⟵ یکان $2+4=6$

$6\times7=42$

یکان عبارت ۲ است

الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}}\ \sqrt[2]{1+\sqrt7} = \sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt7}}\times\sqrt[4]{\underbrace{8+2\sqrt7}_{(1+\sqrt7)^2}} = \sqrt[4]{2}$

ب) $\left(\underbrace{\frac{\sqrt2+\sqrt5}{2+\sqrt{10}}}_{\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt2+\sqrt5)}}\right)\left(\underbrace{\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}}_{m<0}\right) = \frac{\sqrt2}{2}\times\sqrt2=-1$

$m^2 = 3-\sqrt5+3+\sqrt5-2\underbrace{\sqrt{9-5}}_{-4} = 2 \Rightarrow m=-\sqrt2$ ق ق

۳) الف) $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt6}-2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} = \underbrace{\frac{\sqrt2^3+\sqrt3^3}{(\sqrt2)^2+(\sqrt3)^2-\sqrt6}}_{\sqrt2+\sqrt3}-2\times\underbrace{\frac{1}{\sqrt3-1}}_{\frac{2\times(\sqrt3+1)}{(\sqrt3-1)(\sqrt3+1)}} = \sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1 = \sqrt2-1$

ب) $\frac{\overbrace{\sqrt{27}-1}^{m}}{4+\sqrt3}+(2-\sqrt3)^{-1} = \frac{(\sqrt3)^3-1^3}{(\sqrt3)^2+\sqrt3+1}+\frac{1}{2-\sqrt3} = \sqrt3-1+2+\sqrt3 = 1+2\sqrt3$

۴) الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}-2 = \frac{\sqrt{2\sqrt2+2\sqrt3}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}-2 = \frac{\sqrt2\sqrt{(\sqrt3+\sqrt2)}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}-2 = \frac{\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}-2 = \frac{\sqrt2(\sqrt2+\sqrt3)}{1}-2 = 2+\sqrt6-2 = \sqrt6$

$\Rightarrow m^2 = 1+\sqrt3+\sqrt3-1+2(\sqrt{3-1}) = 2\sqrt3+2\sqrt2$

ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}}\times\sqrt[4]{162}\times\sqrt{\underbrace{\sqrt[4]{2}}_{2\times\sqrt[12]{2}}} = 2^{\frac43}\times3\times2^{\frac14}\times2^{\frac{5}{12}} = 3\times2^2 = 12$

$\sqrt[4]{81\times2}$

۵) $\frac{3^n+3^{n+1}+3^{n+2}+\dots+3^{n+5}}{2^{n-2}+2^{n-1}+2^n+\dots+2^{n+3}} = \frac{3^n\overbrace{(1+3+9+27+81+243)}^{364}}{2^{n-2}\underbrace{(1+2+4+8+16+32)}_{63}} = \frac{52}{9}$

$\Rightarrow \frac{3^n\times3^{-2}}{2^{n-2}}=1 \Rightarrow 3^{n-2}=2^{n-2} \Rightarrow n-2=0 \Rightarrow n=2$

$$(a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2=(a^4+b^4-2a^2b^2)^2=t(2-\sqrt{3})$$ ۲

$$(a-b)^2=\left(\sqrt{6}-2+\sqrt{6}+2-2\underbrace{\left(\sqrt{\sqrt{6}-2}\sqrt{\sqrt{6}+2}\right)}\right)^2=(2\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2$$

$$=24+8-2\times4\sqrt{12}=32-16\sqrt{3}=16(2-\sqrt{3})\Rightarrow t=16$$

$$a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}=\sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2}=\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{2-\sqrt{3}}$$ ۲

$$\left(a+\frac{1}{a}+\sqrt{2}\right)^2\left(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2}\right)^2=\left(a^2+2+\frac{1}{a^2}-2\right)^2=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2=2^t$$ ۷

$$=a^4+\frac{1}{a^4}+2=2+7-4\sqrt{3}+\frac{1}{7-4\sqrt{3}}=2+7-4\sqrt{3}+\frac{4\sqrt{3}+7}{49-48}=7+7+2=16$$

$$16=2^t\Rightarrow t=4$$

$$A=\sqrt[5]{\underset{2^2}{4}\sqrt[3]{16}}\;\underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)}_{2^{-1}}^{-\frac{2}{3}}=\sqrt[5]{\sqrt[3]{2^6\times2^4}}\times2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{10}{15}}\times2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{10}{15}+\frac{2}{3}}=2^{\frac{4}{3}}=\sqrt[3]{16}$$ ۲ ۸

$$(2A)^{-\frac{1}{4}}=\left(\underbrace{(2\times2^4)}_{2^5}{}^{\frac{1}{5}}\right)^{-1}=2^{-1}=\frac{1}{2}$$

$$\sqrt[7]{a}=a^{\frac{1}{7}}=3^{3}\times a^{\frac{15}{7}}\Rightarrow a^1=3^{21}\times a^{15}$$ ۲

$$\Rightarrow\frac{a^1}{a^{15}}=3^{21}\Rightarrow a^{-14}=3^{21}$$ ۹

$$\Rightarrow a^{-2}=3^3\Rightarrow(a^{-2})^{-\frac{1}{2}}=(3^3)^{-\frac{1}{2}}\quad(a^{-2})^7=(3^3)^7$$

$$\Rightarrow a=3^{-\frac{3}{2}}=\frac{1}{\sqrt{27}}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{a}-3=3\sqrt{3}-3=3(\sqrt{3}-1)$$

$$\frac{3(\sqrt{3}-1)}{1+\sqrt{3}}=\frac{3(4-2\sqrt{3})}{2}=\boxed{6-3\sqrt{3}}$$ ۱۰

جواب نهایی (۲-)

مرحله ۲ دستگاه

$$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2$$

مرحله ۱

$$\underbrace{\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}\right)}_{2}\left(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}\right)=x+a-x+4=a+4$$ ۲

$$\Rightarrow\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}=\frac{a}{2}+2$$

$$\Rightarrow2\sqrt{x-4}=\frac{a}{2}\Rightarrow a=4\sqrt{x-4}$$

مرحله ۳

$$\frac{a}{2}+2-2=\frac{a}{2}$$ جواب

$$2\sqrt{x+a}=4+\frac{a}{2}\Rightarrow4\sqrt{x+a}=8+a$$

مرحله ۳

ادامه حل سوال ۱۵

Subject : .... Day : .... Month : .... Year : ....

$$4\sqrt{x+a} = 8+a \Rightarrow 16x+16a = 64+16a+a^2$$

$$a = 4\sqrt{x-4} \Rightarrow a^2 = 16x-64$$

معادله بی‌شمار جواب دارد $16x+16a = 64+16a+16x-64$

a به ازای هر عدد حقیقی درست است

جواب نهایی همان

$$\frac{a}{2}+2-2=\frac{a}{2}$$