۲۰ عالی نوشتی!

نام و نام خانوادگی .امیر جواد مومنی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۱... کلاس دهم پسر A شنبه‌ها

۱

$$(1!+3!+5!+\dots+25!)(2!+4!+6!+\dots+24!)=$$

رقم یکان ... رقم یکان

$$(1+6+0+0+\dots+0)(2+4+0+0+\dots+0)=7\times6=42 \Rightarrow$$

$\boxed{\text{رقم یکان}=2}$

۲

۲

الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}}\sqrt{1+\sqrt7}$; $(4+\sqrt7)^{-1}=\frac{1}{4+\sqrt7}\times\frac{4-\sqrt7}{4-\sqrt7}=\frac{4-\sqrt7}{9}=\frac{8-2\sqrt7}{18}=\frac{(1-\sqrt7)^2}{18}$

$$\sqrt[4]{\frac{(1-\sqrt7)^2}{18}}\sqrt{1+\sqrt7}=\frac{\sqrt{\sqrt7-1}\sqrt{\sqrt7+1}}{\sqrt[4]{18}}=\frac{\sqrt6}{\sqrt[4]{18}}=\frac{\sqrt[4]{6^2}}{\sqrt[4]{18}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$$

ب) $\left(\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\right)\left(\underbrace{\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}}_{A}\right)=\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt5+\sqrt2)}=\frac{1}{\sqrt2}$ و $A^2=3-\sqrt5+3+\sqrt5-2\sqrt{\underbrace{9-5}_{4}}$

$$=2=|A|=\sqrt2 \text{ و } A=-\sqrt2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt2}\times-\sqrt2=\boxed{-1}$$

۲

۳

الف) $\frac{\sqrt8+\sqrt{27}}{5-\sqrt6}-2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}=\left(\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}\right)\left(\frac{5+\sqrt6}{5+\sqrt6}\right)-\left(\frac{2}{\sqrt3-1}\right)\left(\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1}\right)=$

$$\frac{19\sqrt2+19\sqrt3}{19}-\frac{2\sqrt3+2}{2}=\sqrt2+\cancel{\sqrt3}-\cancel{\sqrt3}-1=\boxed{\sqrt2-1}$$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4-\sqrt3}+(2-\sqrt3)^{-1}=\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}+\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=\frac{13\sqrt3-13}{13}+2+\sqrt3$

$$=\sqrt3-1+2+\sqrt3=\boxed{1+2\sqrt3}$$

۲

۴

الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}-2=A \to A^2=\frac{\sqrt3+1+\sqrt3-1+2\sqrt{3-1}}{\sqrt3-\sqrt2}=\frac{2\sqrt3+2\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2} \Rightarrow$ ضرب

$$\frac{2(\sqrt3+\sqrt2)}{(\sqrt3-\sqrt2)}\times\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3+\sqrt2}=2(\sqrt3+\sqrt2)^2 \to A=\sqrt2(\sqrt3+\sqrt2)=\sqrt6+2 \to A-2=\boxed{\sqrt6}$$

ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}}\times\sqrt[4]{162}\times\sqrt{4\sqrt[6]{2}}=2^{\frac{8}{12}}(81\times2)^{\frac14}\times(2^2\times2^{\frac16})^{\frac12}=2^{\frac23}\times3\times2^{\frac14}\times2^{\frac{13}{12}}=$

$$2^{\frac{8}{12}+\frac{3}{12}+\frac{13}{12}}\times3=4\times3=\boxed{12} \to \text{جواب}$$

۲

۵

$$\frac{3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}+3^{x+4}+3^{x+5}}{2^{x-2}+2^{x-1}+2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}}=52 \Rightarrow \frac{3^x(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)}{2^{x-2}(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)}=\frac{3^x\times364}{2^{x-2}\times63}$$

$$=\frac{3^x\times364}{2^x\times2^{-2}\times63}=\left(\frac32\right)^x\times\frac{4\times364}{63}=52 \to \left(\frac32\right)^x=\frac94=\left(\frac32\right)^2 \to \boxed{x=2}$$

۲

$a=\sqrt[4]{\sqrt{6}-2}\qquad b=\sqrt[4]{\sqrt{6}+2}\qquad (a^2+b^2-2ab)^2(a^2+b^2+2ab)^2=t(2-\sqrt{3})$ ۲

$[(a-b)^2]^2[(a+b)^2]^2=(a^2-b^2)^4=\left[\sqrt{\sqrt6-2}-\sqrt{\sqrt6+2}\right]^4\Rightarrow\left[\sqrt6-2+\sqrt6+2-2\sqrt{(\sqrt6-2)(\sqrt6+2)}\right]^2$ ۶

$=(2\sqrt6-2\sqrt2)^2=4[6+2-2\sqrt{12}]=4[8-4\sqrt3]=16[2-\sqrt3]\Rightarrow \boxed{t=16}$

$a=\sqrt[4]{7-4\sqrt3}\qquad (a+\frac1a+\sqrt2)^2(a+\frac1a-\sqrt2)^2=2^t$ ۲

$\left((a+\frac1a)^2-2\right)^2=(a^2+\frac1{a^2}+2-2)^2\to a^4+\frac1{a^4}+2=7-4\sqrt3+\frac{1}{7-4\sqrt3}+2$

$9-4\sqrt3+\frac{7+4\sqrt3}{49-48}=9-4\sqrt3+\frac{7+4\sqrt3}{1}=16=2^t\to\boxed{t=4}$ ۷

$A=\sqrt[5]{4\sqrt[3]{16}}\quad(\frac12)^{-\frac43}\to(2A)^{-\frac13}\Rightarrow A=(2^2\times2^{\frac43})^{\frac15}\times2^{\frac43}=2^{\frac23}\times2^{\frac43}=2^2=4$

$A=4\to(2A)^{-\frac13}=(2^3)^{-\frac13}=(8)^{-\frac13}=\boxed{\frac12}\to$ جواب ب ۲

۸

$\sqrt[7]{a}=27a^{\frac{15}{7}}\to a^{\frac17}=27a^{\frac{15}{7}}\to 27=\frac{a^{\frac17}}{a^{\frac{15}{7}}}\to 27=a^{-\frac{14}{7}}\to 3^3=\frac{1}{a^2}\Rightarrow$

$\boxed{\frac1a=3\sqrt3}$ (I) ۲

$(\frac1a-3)=x(1+\sqrt3)\to x=\frac{\frac1a-3}{1+\sqrt3}$ (II) $\Rightarrow x=\frac{3\sqrt3-3}{1+\sqrt3}=\frac{3(\sqrt3-1)}{1+\sqrt3}$ ۹

$x=\frac{3(\sqrt3-1)}{1+\sqrt3}\times\frac{\sqrt3-1}{\sqrt3-1}=3\frac{3+1-2\sqrt3}{3-1}=3\frac{2(2-\sqrt3)}{2}=3(2-\sqrt3)=\boxed{6-3\sqrt3}$

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2\qquad\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2=?$

$A-B=2\qquad A+B-2=?$ ۲

$A^2=x+a$, $B^2=x-4\to A^2-B^2=(x+a)-(x-4)=a+4$

$A+B=k\to 2k=a+4\to k=\frac{a+4}{2}\xrightarrow{\text{جواب}}\frac{a+4}{2}-\frac{2\times2}{2}=\frac{a+4-4}{2}$ ۱۰

$=\boxed{\frac a2}\to$ جواب ب