نام و نام خانوادگی: امیرسجاد مومنی — پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ — کلاس دهم پسر A شنبه‌ها

۱

$$(1!+3!+5!+\dots+25!)(2!+4!+6!+\dots+26!)=$$

$$(1+6+0+0+\dots+0)(2+4+0+0+\dots+0)=7\times 6=42 \rightarrow \boxed{\text{رقم یکان}=2}$$

۲

الف) $\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}}\,\sqrt{1+\sqrt7}$ ؛ $(4+\sqrt7)^{-1}=\frac{1}{4+\sqrt7}\times\frac{4-\sqrt7}{4-\sqrt7}=\frac{4-\sqrt7}{9}=\frac{8-2\sqrt7}{18}=\frac{(1-\sqrt7)^2}{18}$

$$\sqrt[4]{\frac{(1-\sqrt7)^2}{18}}\sqrt{1+\sqrt7}=\frac{\sqrt{\sqrt7-1}\,\sqrt{\sqrt7+1}}{\sqrt[4]{18}}=\frac{\sqrt6}{\sqrt[4]{18}}=\frac{\sqrt[4]{6^2}}{\sqrt[4]{18}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$$

ب) $\left(\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\right)\left(\underbrace{\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}}_{A}\right)=\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt5+\sqrt2)}=\frac{1}{\sqrt2}$ و $A^2=3-\cancel{\sqrt5}+3+\cancel{\sqrt5}-2\sqrt{\underbrace{9-5}_{-4}}$

$$=2=|A|=\sqrt2 \text{ و } A=-\sqrt2 \text{ و } \Longrightarrow \frac{1}{\sqrt2}\times-\sqrt2=\boxed{-1}$$

۳

الف) $\frac{\sqrt8+\sqrt{27}}{5-\sqrt6}-2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1}=\left(\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}\right)\left(\frac{5+\sqrt6}{5+\sqrt6}\right)-\left(\frac{2}{\sqrt3-1}\right)\left(\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1}\right)=$

$$\frac{19\sqrt2+19\sqrt3}{19}-\frac{2\sqrt3+2}{2}=\sqrt2+\cancel{\sqrt3}-\cancel{\sqrt3}-1=\boxed{\sqrt2-1}$$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4-\sqrt3}+(2-\sqrt3)^{-1}=\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}+\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=\frac{13\sqrt3-13}{13}+2+\sqrt3$

$$=\sqrt3-1+2+\sqrt3=\boxed{1+2\sqrt3}$$

۴

الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}-2=A\rightarrow A^2=\frac{\sqrt3+1+\sqrt3-1+2\sqrt{3-1}}{\sqrt3-\sqrt2}=\frac{2\sqrt3+2\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}\Longrightarrow$ گویا

$$\frac{2(\sqrt3+\sqrt2)}{(\sqrt3-\sqrt2)}\times\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3+\sqrt2}=2(\sqrt3+\sqrt2)^2\rightarrow A=\sqrt2(\sqrt3+\sqrt2)=\sqrt6+2\rightarrow A-2=\boxed{\sqrt6}$$

ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}}\times\sqrt[4]{162}\times\sqrt{4\sqrt[6]{2}}=2^{\frac{8}{12}}(81\times2)^{\frac14}\times(2^2\times2^{\frac16})^{\frac12}=2^{\frac23}\times3\times2^{\frac14}\times2^{\frac{13}{12}}=$

$$2^{\frac{8}{12}+\frac{3}{12}+\frac{13}{12}}\times3=4\times3=\boxed{12}\rightarrow \text{جواب}$$

۵

$$\frac{3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}+3^{x+4}+3^{x+5}}{2^{x-2}+2^{x-1}+2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}}=52\Longrightarrow\frac{3^x(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)}{2^{x-2}(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)}=\frac{3^x\times364}{2^{x-2}\times63}$$

$$=\frac{3^x\times364}{2^x\times2^{-2}\times63}=\left(\frac32\right)^x\times\frac{4\times364}{63}=52\rightarrow\left(\frac32\right)^x=\frac94=\left(\frac32\right)^2\rightarrow\boxed{x=2}$$

$a=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲} \quad b=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲} \quad (a^۲+b^۲-۲ab)^۲(a^۲+b^۲+۲ab)^۲=t(۲-\sqrt{۳})$

$[(a-b)^۲]^۲[(a+b)^۲]^۲=(a^۲-b^۲)^۴=\left[\sqrt{\sqrt{۶}-۲}-\sqrt{\sqrt{۶}+۲}\right]^۴ \Rightarrow \left[\sqrt{۶}-۲+\sqrt{۶}+۲-۲\sqrt{(\sqrt{۶}-۲)(\sqrt{۶}+۲)}\right]^۲$ ۶

$=(۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^۲=۴\left[۶+۲-۲\sqrt{۱۲}\right]=۴\left[۸-۴\sqrt{۳}\right]=۱۶\left[۲-\sqrt{۳}\right] \Rightarrow \boxed{t=۱۶}$

$a=\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}} \quad (a+\frac{۱}{a}+\sqrt{۲})^۲(a+\frac{۱}{a}-\sqrt{۲})^۲=۲^t$

$\left((a+\frac{۱}{a})^۲-۲\right)^۲=\left(a^۲+\frac{۱}{a^۲}+۲-۲\right)^۲ \to a^۴+\frac{۱}{a^۴}+۲=۷-۴\sqrt{۳}+\frac{۱}{۷-۴\sqrt{۳}}+۲$ ۷

$۹-۴\sqrt{۳}+\frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۴۹-۴۸}=۹-۴\sqrt{۳}+\frac{۷+۴\sqrt{۳}}{۱}=۱۶=۲^t \to \boxed{t=۴}$

$A=\sqrt[۵]{۴\sqrt[۳]{۱۶}}\ (\frac{۱}{۲})^{-\frac{۴}{۳}} \to (۲A)^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow A=(۲^۲\times۲^{\frac{۴}{۳}})^{\frac{۱}{۵}}\times۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^{\frac{۲}{۳}}\times۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^۲=۴$

$A=۴ \to (۲A)^{-\frac{۱}{۳}}=(۲^۳)^{-\frac{۱}{۳}}=(۸)^{-\frac{۱}{۳}}=\boxed{\frac{۱}{۲}} \to$ جواب ب ۸

$\sqrt[۷]{a}=۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}} \to a^{\frac{۱}{۷}}=۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}} \to ۲۷=\frac{a^{\frac{۱}{۷}}}{a^{\frac{۱۵}{۷}}} \to ۲۷=a^{-\frac{۱۴}{۷}=-۲} \to ۳^۳=\frac{۱}{a^۲} \Rightarrow$

$\frac{۱}{a}=۳\sqrt{۳}$ (I)

$(\frac{۱}{a}-۳)=x(۱+\sqrt{۳}) \to x=\frac{\frac{۱}{a}-۳}{۱+\sqrt{۳}}$ (II) $\Big\} \Rightarrow x=\frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}}=\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۱+\sqrt{۳}}$ ۹

$x=\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{۱+\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱}=۳\frac{۳+۱-۲\sqrt{۳}}{۳-۱}=۳\frac{۲(۲-\sqrt{۳})}{۲}=۳(۲-\sqrt{۳})=\boxed{۶-۳\sqrt{۳}}$

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴}=۲ \quad \sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}-۲=?$

$A-B=۲ \quad A+B-۲=?$

$A^۲=x+a \ ,\ B^۲=x-۴ \to A^۲-B^۲=(x+a)-(x-۴)=a+۴$

$A+B=k \to ۲k=a+۴ \to k=\frac{a+۴}{۲} \xrightarrow{\text{جواب}} \frac{a+۴}{۲}-\frac{۲\times۲}{۲}=\frac{a+۴-۴}{۲}$ ۱۰

$=\boxed{\frac{a}{۲}} \to$ جواب ب