نام و نام خانوادگی .... سپهر عالم .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۱ ..... کلاس ....

۱

$$(1+6+\underbrace{0+\dots}_{})(2+4+\underbrace{0\dots}_{}) = 7\times 6 = 42$$

رقم یکان

به دلیل وجود عوامل ۲ و ۵ یکان صفر است.

۳

الف) $$\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(2+3-\sqrt{6})}{\cancel{5-\sqrt{6}}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-1 = \sqrt{2}-1$$

ب) $$\frac{(\sqrt{3}-1)(3+1+\sqrt{3})}{\cancel{4+\sqrt{3}}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1+2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$$

۲

الف) $$\sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt{7}}}\times\sqrt[4]{1+7+2\sqrt{7}} = \sqrt[4]{2}$$

ب) $$\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}\right)\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right) \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{3-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-4}{2} =$$

$$\frac{2}{2}=1 \xrightarrow{\text{جذر}} \pm 1 \xrightarrow{\text{عبارت دوم منفی است}} \boxed{-1}$$

۴

الف) $$\sqrt{\left(\frac{\sqrt{1+\sqrt{2}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}\right)^2-2} = \sqrt{\frac{\cancel{1}+\sqrt{2}\cancel{-1}+\sqrt{3}+2\sqrt{3-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-2} = \sqrt{\frac{(2\sqrt{3}+2\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2}}-2$$

$$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{2}-2 = \sqrt{6}$$

ب) $$2^{\frac{5}{12}}\times 3\times 2^{\frac{1}{4}}\times 2^{\frac{13}{12}} = 3\times 2^{2} = 12$$

۵

$$\frac{3^n(3+9+27+81+243)}{2^n\times 2^{-2}(1+2+4+8+16+32)} = \frac{3^n\times 364}{2^n\times\frac{63}{4}} = 52 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{\cancel{63}^{\,9}\times\cancel{52}^{\,13}}{\cancel{364}_{\,91}\times\cancel{4}} = \frac{9}{4} \Rightarrow n=2$$

۶

$$(a+b)^{۴}(a-b)^{۴}=t(۲-\sqrt{۳})$$

$$(a^{۲}-b^{۲})^{۴}=t(۲-\sqrt{۳})$$

$$\left(\sqrt{\sqrt{۶}+۲}-\sqrt{\sqrt{۶}-۲}\right)^{۴}=t(۲-\sqrt{۳})=\left(\sqrt{۶}+\cancel{۲}+\sqrt{۶}-\cancel{۲}-۲\sqrt{۲}\right)^{۲}=۴(\sqrt{۶}-\sqrt{۲})^{۲}$$

$$۴(۶+۲-\sqrt{۱۲})=۱۶(۲-\sqrt{۳})\Rightarrow t=۱۶$$

۷

$$\left(\left(a+\frac{۱}{a}\right)^{۲}-۲\right)^{۲}=۲^{t}\Rightarrow\left(a^{۲}+\frac{۱}{a^{۲}}+\cancel{۲}-\cancel{۲}\right)^{۲}=a^{۴}+\frac{۱}{a^{۴}}+۲=$$

$$\frac{a^{۸}+۱+۲a^{۴}}{a^{۴}}=\frac{۴۹+۴۸-۵۶\sqrt{۳}+۱+۱۶-۸\sqrt{۳}}{۷-۴\sqrt{۳}}=۱۶=۲^{t}\Rightarrow$$

$$t=۴$$

۸

$$A=\sqrt[۵]{\sqrt[۳]{۲^{۱۰}}}\,(۲^{-۱})^{-\frac{۴}{۳}}=۲^{\frac{۱۰}{۱۵}}\times۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^{۲}$$

$$(۲A)^{-\frac{۱}{۳}}=(۸)^{-\frac{۱}{۳}}=\frac{۱}{۲}$$

۹

$$\sqrt[۷]{a}=۲۷a^{\frac{۱۵}{۷}}\Rightarrow a=۳^{۲۱}a^{۱۵}\Rightarrow a^{-۱۴}=۳^{۲۱}\Rightarrow\frac{۱}{a}=۳^{\frac{۳}{۲}}$$

$$\frac{\left(\frac{۱}{a}-۳\right)}{۱+\sqrt{۳}}=\frac{\sqrt{۲۷}-۳}{۱+\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱}=\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)^{۲}}{۲}=\frac{۶(۲-\sqrt{۳})}{۲}=\boxed{۶-۳\sqrt{۳}}$$

۱۰

$$۲\left(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}\right)=\cancel{x}+a-\cancel{x}+۴\Rightarrow\left(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}\right)=\frac{a+۴}{۲}$$

$$\frac{a+۴}{۲}-۲=\frac{a}{۲}$$