۱۹,۷۵ آفرین!

امیرحسین نجفیان

۱)

$$\left(1!+3!+5!+\dots+25!\right)\left(2!+4!+6!+\dots+26!\right)$$

رقم یکان صفر است چون ۲ و ۵ در هم ضرب می‌شوند — رقم یکان صفر است

$1+6+\dots0=\dots7 \qquad 2+24+\dots0=\dots26$

$6\times7=4\boxed{2}$ رقم یکان

۲

۲)

$$\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}}\sqrt{1+\sqrt7}=\sqrt[4]{\frac{1}{4+\sqrt7}}\times\sqrt[4]{(1+\sqrt7)^2}=\sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt7}{4+\sqrt7}}=\sqrt[4]{2}$$

۲

$$\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}\times\frac{\sqrt{10}-2}{\sqrt{10}-2}=\frac{\sqrt{20}+\sqrt{50}-\sqrt8-\sqrt{20}}{6}=\frac{\sqrt2}{2}$$

$$\frac{\sqrt2}{2}\left(\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}\right)=\frac{\sqrt{6-2\sqrt5}-\sqrt{6+2\sqrt5}}{2}=$$

$$\frac{\sqrt{(\sqrt5-1)^2}-\sqrt{(\sqrt5+1)^2}}{2}=\frac{\sqrt5-1-\sqrt5-1}{2}=\frac{-2}{2}=-1$$

۳)

$$\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}-\frac{2}{\sqrt3-1}\Rightarrow\frac{2}{\sqrt3-1}\times\frac{\sqrt3+1}{\sqrt3+1}=\frac{\cancel{2}(\sqrt3+1)}{\cancel{2}}$$

۱,۷۵

$$\frac{5+\sqrt6}{5+\sqrt6}\times\frac{2\sqrt2+3\sqrt3}{5-\sqrt6}=\frac{10\sqrt2+15\sqrt3+4\sqrt3+9\sqrt2}{19}=\sqrt2+\sqrt3$$

$$\sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1=\sqrt2-1$$

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}+\frac{1}{2-\sqrt3}\Rightarrow\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}=\frac{12\sqrt3-4-9+\sqrt3}{13}=\sqrt3-1$$

$$\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=\frac{2+\sqrt3}{+1}=+\sqrt3+2 \qquad (2^2-(\sqrt3)^2)$$

دقت!

$$\sqrt3-1+\sqrt3+2=\cancel{-3}\quad\boxed{2\sqrt3+1}$$

۴) الف آخر ۲ صفحه

$$2^{\frac{2}{3}} \times \cancel{3\sqrt[4]{2}}^{\,3\times 2^{\frac{1}{4}}} \times 2^{\frac{13}{12}} = 3\times 2^{2} = 12$$

۵) ۲

$$\frac{3^{x}\cancel{(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)}^{\,364}}{2^{x-2}\underbrace{\cancel{(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)}}_{63}} = 52$$

$$3^{x} = 2^{x} \times \frac{1}{4} \times 9 \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x} = \frac{9}{4} \quad x = 2$$

۶) ۲

$$((a-b)^2)^2 \times ((a+b)^2)^2 = (a^4+b^4-2a^2b^2)^2 = (\sqrt{24}-\sqrt{8})^2$$

$$= 32 - 16\sqrt{3} = 16(2-\sqrt{3}) = t(2-\sqrt{3}) \Rightarrow t = 16$$

۷) ۲

$$(\underbrace{a+\frac{1}{a}}_{A} + \underbrace{\sqrt{2}}_{B})^2 (\underbrace{a+\frac{1}{a}}_{A} - \underbrace{\sqrt{2}}_{B})^2 = (a^2+\frac{1}{a^2}+2-2)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} + 2$$

$$(\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}})^4 + \frac{1}{(\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}})^4} + 2 = 7-4\sqrt{3} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} + 2 = \frac{49+49-56\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}} + 2$$

$$\frac{14\cancel{(7-4\sqrt{3})}}{\cancel{(7-4\sqrt{3})}} + 2 = 2^{t} \rightarrow t = 4$$

$A = ۲^{\frac{۱۰}{۱۵}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^{۲} = ۴$ $\quad (۲ \times ۴)^{-\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۲}$ ۸) ۲

۹) $\sqrt[۷]{a} = ۲۷\, a^{\frac{۱۵}{۷}} \quad ۲۷ = \frac{\sqrt[۷]{a}}{\sqrt[۷]{a^{۱۵}}} = a^{-۲} \quad a^{۲} = \frac{۱}{۲۷} \quad a = (۳\sqrt{۳})^{-۱}$ ۲

$$\frac{۳\sqrt{۳} - ۳}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۳(\sqrt{۳}-۱)^{۲}}{(\sqrt{۳}-۱)(\sqrt{۳}+۱)} = \frac{۳(۳-۲\sqrt{۳}+۱)}{۲} = \frac{۱۲-۶\sqrt{۳}}{۲} = ۶-۳\sqrt{۳}$$

۱۰) $\underbrace{(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-۴})}_{۲}(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-۴}) = x+a-x+۴ = a+۴$ ۲

$$\sqrt{x+a} + \sqrt{x-۴} = \frac{a+۴}{۲}$$

$$\frac{a+۴-۴}{۲} = \frac{a}{۲}$$

$\boxed{\text{۴ الف)}}$ $\left(\sqrt{۱+\sqrt{۳}} + \sqrt{\sqrt{۳}-۱}\right)^{۲} = ۱+\sqrt{۳}+\sqrt{۳}-۱+۲(\sqrt{۲}) = ۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}$

$$\frac{\sqrt{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}} \times \sqrt{\frac{۲(\sqrt{۳}+\sqrt{۲})^{۲}}{۱}} = \sqrt{۲(۳+۲+۲\sqrt{۶})} = \sqrt{۱۰+۴\sqrt{۶}}$$

$$\sqrt{۱۰+۲\sqrt{۲۴}} = \sqrt{(\sqrt{۶}+\sqrt{۴})^{۲}} = \sqrt{۶}+\sqrt{۴} \Rightarrow \sqrt{۶}+\sqrt{۴}-۲ = \sqrt{۶}$$