۱- برای اولی از ۴! و ۳! و ۲! و ۱! جمعش ضرب ۱۰ است و برای دومی ۴! و ۳! و ۲! و ۱!

تعیید ضرب ۱۰ است و می‌تایید. ۳۳ = ۲۴ + ۶ + ۲ + ۱ = ۴! + ۳! + ۲! + ۱! (۱)

۳۲ × ۳۳ = ۱۰۵ (۵) ۳۲ = ۲۴ + ۶ + ۲ = ۴! + ۳! + ۲!

۲- الف) $\sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$ $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ پس $(4+\sqrt{7})^{-\frac{1}{4}} \times (1+\sqrt{7})^{\frac{1}{2}}$ (۵)

$\Rightarrow 1+\sqrt{7} = \frac{(4+\sqrt{7})}{4-\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{(4+\sqrt{7})^2}{16-7} = \frac{23+8\sqrt{7}}{9} \Rightarrow$ (۱)

$(4+\sqrt{7})^{-\frac{1}{4}} \times (4+\sqrt{7})^{\frac{1}{4}} = 1$ (ب)

ب) $\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}$ ریشه گیریم $\Rightarrow (\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}})^2 =$ (ج)

$(3-\sqrt{5}) + (3+\sqrt{5}) - 2\sqrt{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} \Rightarrow \sqrt{3-\sqrt{5}}$

$\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{2} = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\right)(-\sqrt{2}) \Rightarrow \frac{-2-\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}} = -1$ ✓

۳- الف) $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$, $x - \sqrt{x} = \sqrt{x}(\sqrt{8+\sqrt{27}}) - \sqrt{5}\sqrt{6} \Rightarrow$ (۱)

ضرب داخل برادیکال

$\sqrt{8+\sqrt{27}} = \sqrt{8-27} \Rightarrow \sqrt{8-27} - \sqrt{5+6} = (8-27) - (5+6) =$

$-19-11 = -30$ $\sqrt{-30} = -\sqrt{30}$

ب) $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ $(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$ ج)

$\sqrt{3}-1$ $(\sqrt{3}-1) + 2 + \sqrt{3} = (2\sqrt{3}+1)$ ✓

۴- الف) صورت را استفاده از $\sqrt{a+b} = \sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$ (۱,۵)

$(\sqrt{1+\sqrt{3}} + \sqrt{\sqrt{3}-1})^2 = (1+\sqrt{3}) + 2\sqrt{(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1)}$

$= 2\sqrt{(1+3)(\sqrt{3}-1)} + 2\sqrt{3} \Rightarrow$ ساده $2(1+\sqrt{3})(\sqrt{3}-1) = 4$

پس $\sqrt{1+\sqrt{3}} + (\sqrt{3}-1) = 2\sqrt{3}$ ریشه دوم

$\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}{\sqrt{4-\sqrt{3}}} = 1$ کل عبارت پس $= 2 \Rightarrow 2-2 =$ (۵)

Scanned with CamScanner

Year: Month: Day: Page: ( )

ب) $\sqrt{2^{-3}} = (2^{-1})^{\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}}$

$2^{\frac{1}{2}}(2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}}) = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times \sqrt{2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} \times \sqrt{2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}} = 2^{\frac{5}{6}} \times 2^{\frac{5}{12}} = 2^{\frac{15}{12}}$

پس توان ۲ برابر $\frac{15}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = 2$ است، یعنی 2^{12} برابر 2^1 است.

ج- صورت: $(x+1)^8 = x^8 + 8x^7 + 28x^6 + 56x^5 + 70x^4 + 56x^3 + 28x^2 + 8x + 1$ (۲)

$56x^3 \times x^3 = 56x^6$ $\quad 28x^2 + 8x + 1 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1$

مخرج: $x^{-8} \times x^8 = (28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1)x^{-8}$

$\frac{56x^6}{x^{-8} \times x^8} = \frac{56x^6}{x^0} = 56$ $\quad 56 \times 28 = \frac{56}{28} \times 28 = 2 \times 28$

$x^6 = 64 = 2^6 \Rightarrow x = 2$ (۲) $\quad \frac{56x^6}{x^0} = \frac{56 \times 64}{1} = 56 \times 64$

$\frac{56x^6}{x^0} = \frac{56x^6}{1} = 56x^6 = 9 \Rightarrow x^6 = \frac{9}{56}$

د- $(a^2+b^2+2ab)(a^2+b^2-2ab) = (a+b)^2(a-b)^2$ (۱)

$(a^2+b^2+2ab)(a+b)^2 = (a+b)^4$

$a^2 = \sqrt{5}-2$ $\quad b^2 = \sqrt{5}+2$

$(a+b)^4 = (\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2)^4 = (2\sqrt{5})^4 = 16 \times 25 = 400$

$(a-b)^2 = (\sqrt{5}-2-\sqrt{5}-2)^2 = (-4)^2 = 16$

$400 \times 16 = 6400$

۳- $a = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2-\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{1}{a} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$ (۲)

$(a+\frac{1}{a})^2 = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})^2 = 4 + 2\sqrt{4-3} = 6$

$a + \frac{1}{a} = \sqrt{6}$ ✓ $\quad (a+\frac{1}{a})^4 = 6^2 = 36$

$a^4 + \frac{1}{a^4} = 36 - 2 = 34$

۴- $\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{7}}} = 128 \Rightarrow a^{\frac{1}{14}} = 128$ $\quad a^{-2} = 128$ $\quad a^2 = \frac{1}{128}$ $\quad a = \frac{1}{8\sqrt{2}}$ ✓

$\frac{1}{a} - 2 = 2\sqrt{2} - 2 = 2(\sqrt{2}-1)$ $\quad \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}+1}$

$\frac{\sqrt{2}-2}{-2} = -\sqrt{2}+2 = 2-\sqrt{2}$ $\quad 2(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 2(2-1) = 2$

سوال ۱۵:

$(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4})(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4}) = 2$

$\sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2$

$\sqrt{x+a} + \sqrt{x-4} = \sqrt{x+a} - \sqrt{x-4} = 2\sqrt{a-4}$

Scanned with CamScanner

۱- به صورت سوال دقت کن از اینکه به بعد نه صفره ←

$(1!+3!)(2!+4!) = ?$

$(1+6)(2+4) = 42$ رقم یکان $\boxed{2}$

---

۲ الف)

$$(4+\sqrt{7})^{-1} = \frac{1}{4+\sqrt{7}} \times \frac{4-\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}} = \frac{4-\sqrt{7}}{9} = \frac{8-2\sqrt{7}}{18} = \frac{(1-\sqrt{7})^2}{18}$$

صورت سوال $\rightarrow \sqrt[4]{\frac{(1-\sqrt{7})^2}{18}} \times \sqrt{1+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{1-\sqrt{7}}\sqrt{1+\sqrt{7}}}{\sqrt[4]{18}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt[4]{18}} = \boxed{\sqrt[4]{2}}$

---

۳ الف)

$$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{4}} = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5-\sqrt{4}} \times \frac{5+\sqrt{4}}{5+\sqrt{4}} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$$

$$(\sqrt{9}-1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$$

$\rightarrow \sqrt{2}+\sqrt{3}-2\left(\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)\right)$

$= \boxed{\sqrt{2}-1}$

---

۴ الف)

$$\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} - 2 = \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} - 2 = \sqrt{2}\left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}\right) - 2 =$$

A

$A^2 = 2\sqrt{3}+2\sqrt{2} \rightarrow A = \sqrt{2}\left(\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$

$$\sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}+2-2 = \boxed{\sqrt{6}}$$

۶-

$$\left((a-b)^2\right)^2\left((a+b)^2\right)^2 = (a^2-b^2)^4 = \left(\sqrt{6-2}-\sqrt{6+2}\right)^4 =$$

$$\left(\sqrt{6}-2+\sqrt{6}+2-2\sqrt{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}\right)^2 = \left(2\sqrt{6}-2\sqrt{2}\right)^2 = 16(2-\sqrt{3})$$

۹- ادامه..

$$\frac{۳(\sqrt{۳}-۱)}{\sqrt{۳}+۱} \times \frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱} \times \frac{۳(۳+۱-۲\sqrt{۳})}{۳-۱} = \boxed{۶-۳\sqrt{۳}}$$

۱۰- دو عبارت داده شده، مزدوج یکدیگرند:

$$(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴})(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴}) = (x+a)-(x-۴) = a+۴$$

$$(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}) \times ۲ = a+۴ \rightarrow \sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}-۲ = \frac{a+۴}{۲} - ۲ = \boxed{\frac{a}{۲}}$$