

۱- برای املی از ۱، ۲، ۳ و ۴ بهش ضرب ۱۰ است برای ۵، ۶، ۷ و ۸

$$۱! + ۲! + ۳! + ۴! = ۱ + ۲ + ۶ + ۲۴ = ۳۳$$

$$۲! + ۳! + ۴! = ۲ + ۶ + ۲۴ = ۳۲ \quad ۳۲ \times ۳۳ = ۱۰۵۶$$

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} \quad \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} \quad \text{پس } (۴ + \sqrt{۷})^{\frac{1}{۴}} \times (۱ + \sqrt{۷})^{\frac{1}{۴}}$$

$$\Rightarrow ۱ + \sqrt{۷} = \frac{(۴ + \sqrt{۷})}{۴ - \sqrt{۷}} \Rightarrow \frac{(۴ + \sqrt{۷})^2}{۱۶ - ۷} = \frac{۲۴ + ۸\sqrt{۷}}{۹}$$

$$(۴ + \sqrt{۷})^{\frac{1}{۴}} \times (۴ + \sqrt{۷})^{\frac{1}{۴}} = ۱$$

$$\sqrt{۳ - \sqrt{۵}} - \sqrt{۳ + \sqrt{۵}} = \sqrt{۳ - \sqrt{۵}} - \sqrt{۳ + \sqrt{۵}}$$

$$\sqrt{۳ - \sqrt{۵}} = \sqrt{۳ - \sqrt{۵}} + \sqrt{۳ + \sqrt{۵}} - ۲\sqrt{(۳ - \sqrt{۵})(۳ + \sqrt{۵})}$$

$$\sqrt{۳ + \sqrt{۵}} = -\sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۲ + \sqrt{۵}}}{\sqrt{۱۰ + ۲}} \Rightarrow (-\sqrt{۲}) = \frac{۲ + \sqrt{۱۰}}{۲ + \sqrt{۱۰}} = -۱$$

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, \quad x - \sqrt{x} = \sqrt{x} \quad (\sqrt{۸} + \sqrt{۲۷}) - \sqrt{۵}\sqrt{۶} \Rightarrow$$

$$\sqrt{۸} + \sqrt{۲۷} = \sqrt{۸ - ۲۷} \Rightarrow \sqrt{۸ - ۲۷} - \sqrt{۵ + ۶} = (۸ - ۲۷) - (۵ + ۶) =$$

$$-۱۹ - ۱۱ = -۳۰ \quad \sqrt{-۳۰} = -\sqrt{۳۰}$$

$$\sqrt{۲۷} = ۳\sqrt{۳} \quad (۲ - \sqrt{۳})^{-۱} = \frac{۱}{۲ - \sqrt{۳}} = ۲ + \sqrt{۳}$$

$$\sqrt{۳} - ۱ \quad (\sqrt{۳} - ۱) + ۲ + \sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳} + ۱$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} = \sqrt{a + b + 2\sqrt{ab}}$$

$$(\sqrt{۱} + \sqrt{۳} + \sqrt{\sqrt{۳} - ۱})^2 = (۱ + \sqrt{۳}) + \sqrt{۳} - ۱ + ۲\sqrt{(۱ + \sqrt{۳})(\sqrt{۳} - ۱)}$$

$$= ۲\sqrt{(۱ + \sqrt{۳})(\sqrt{۳} - ۱)} + ۲\sqrt{۳} \Rightarrow (۱ + \sqrt{۳})(\sqrt{۳} - ۱) = ۲$$

$$\sqrt{۲}\sqrt{\sqrt{۳} + ۱} + (\sqrt{\sqrt{۳} - ۱})^2 - ۲\sqrt{۲} + ۲\sqrt{۳} = ۲$$

$$\sqrt{۲}\sqrt{\sqrt{۳} + ۱} = ۲ \Rightarrow ۲ - ۲ = ۰$$



$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^9}} = (2^9)^{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = 2^{\frac{9}{9}} = 2^1 = 2$$

$$\sqrt[3]{192} = 192^{\frac{1}{3}} = (2^6 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} = 2^2 \times 3 = 12 \quad \sqrt[3]{4 \times 27} = (4 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} = 2 \times 3 = 6$$

سوال 9: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ جمع توی 6، $2^2 = 4$ توی 2، $2^3 = 8$ توی 1، $2^4 = 16$ توی 1/2، $2^5 = 32$ توی 1/4، $2^6 = 64$ توی 1/8، $2^7 = 128$ توی 1/16، $2^8 = 256$ توی 1/32، $2^9 = 512$ توی 1/64، $2^{10} = 1024$ توی 1/128، $2^{11} = 2048$ توی 1/256، $2^{12} = 4096$ توی 1/512، $2^{13} = 8192$ توی 1/1024، $2^{14} = 16384$ توی 1/2048، $2^{15} = 32768$ توی 1/4096، $2^{16} = 65536$ توی 1/8192، $2^{17} = 131072$ توی 1/16384، $2^{18} = 262144$ توی 1/32768، $2^{19} = 524288$ توی 1/65536، $2^{20} = 1048576$ توی 1/131072، $2^{21} = 2097152$ توی 1/262144، $2^{22} = 4194304$ توی 1/524288، $2^{23} = 8388608$ توی 1/1048576، $2^{24} = 16777216$ توی 1/2097152، $2^{25} = 33554432$ توی 1/4194304، $2^{26} = 67108864$ توی 1/8388608، $2^{27} = 134217728$ توی 1/16777216، $2^{28} = 268435456$ توی 1/33554432، $2^{29} = 536870912$ توی 1/67108864، $2^{30} = 1073741824$ توی 1/134217728، $2^{31} = 2147483648$ توی 1/268435456، $2^{32} = 4294967296$ توی 1/536870912، $2^{33} = 8589934592$ توی 1/1073741824، $2^{34} = 17179869184$ توی 1/2147483648، $2^{35} = 34359738368$ توی 1/4294967296، $2^{36} = 68719476736$ توی 1/8589934592، $2^{37} = 137438953472$ توی 1/17179869184، $2^{38} = 274877906944$ توی 1/34359738368، $2^{39} = 549755813888$ توی 1/68719476736، $2^{40} = 1099511627776$ توی 1/137438953472، $2^{41} = 2199023255552$ توی 1/274877906944، $2^{42} = 4398046511104$ توی 1/549755813888، $2^{43} = 8796093022208$ توی 1/1099511627776، $2^{44} = 17592186044416$ توی 1/2199023255552، $2^{45} = 35184372088832$ توی 1/4398046511104، $2^{46} = 70368744177664$ توی 1/8796093022208، $2^{47} = 140737488355328$ توی 1/17592186044416، $2^{48} = 281474976710656$ توی 1/35184372088832، $2^{49} = 562949953421312$ توی 1/70368744177664، $2^{50} = 1125899906842624$ توی 1/140737488355328، $2^{51} = 2251799813685248$ توی 1/281474976710656، $2^{52} = 4503599627370496$ توی 1/562949953421312، $2^{53} = 9007199254740992$ توی 1/1125899906842624، $2^{54} = 18014398509481984$ توی 1/2251799813685248، $2^{55} = 36028797018963968$ توی 1/4503599627370496، $2^{56} = 72057594037927936$ توی 1/9007199254740992، $2^{57} = 144115188075855872$ توی 1/18014398509481984، $2^{58} = 288230376151711744$ توی 1/36028797018963968، $2^{59} = 576460752303423488$ توی 1/72057594037927936، $2^{60} = 1152921504606846976$ توی 1/144115188075855872، $2^{61} = 2305843009213693952$ توی 1/288230376151711744، $2^{62} = 4611686018427387904$ توی 1/576460752303423488، $2^{63} = 9223372036854775808$ توی 1/1152921504606846976، $2^{64} = 18446744073709551616$ توی 1/2305843009213693952، $2^{65} = 36893488147419103232$ توی 1/4611686018427387904، $2^{66} = 73786976294838206464$ توی 1/9223372036854775808، $2^{67} = 147573952589676412928$ توی 1/18446744073709551616، $2^{68} = 295147905179352825856$ توی 1/36893488147419103232، $2^{69} = 590295810358705651712$ توی 1/73786976294838206464، $2^{70} = 1180591620717411303424$ توی 1/147573952589676412928، $2^{71} = 2361183241434822606848$ توی 1/295147905179352825856، $2^{72} = 4722366482869645213696$ توی 1/590295810358705651712، $2^{73} = 9444732965739290427392$ توی 1/1180591620717411303424، $2^{74} = 18889465931478580854784$ توی 1/2361183241434822606848، $2^{75} = 37778931862957161709568$ توی 1/4722366482869645213696، $2^{76} = 75557863725914323419136$ توی 1/9444732965739290427392، $2^{77} = 151115727451828646838272$ توی 1/18889465931478580854784، $2^{78} = 302231454903657293676544$ توی 1/37778931862957161709568، $2^{79} = 604462909807314587353088$ توی 1/75557863725914323419136، $2^{80} = 1208925819614629174706176$ توی 1/151115727451828646838272، $2^{81} = 2417851639229258349412352$ توی 1/302231454903657293676544، $2^{82} = 4835703278458516698824704$ توی 1/604462909807314587353088، $2^{83} = 9671406556917033397649408$ توی 1/1208925819614629174706176، $2^{84} = 19342813113834066795298816$ توی 1/2417851639229258349412352، $2^{85} = 38685626227668133590597632$ توی 1/4835703278458516698824704، $2^{86} = 77371252455336267181195264$ توی 1/9671406556917033397649408، $2^{87} = 154742504910672534362390528$ توی 1/19342813113834066795298816، $2^{88} = 309485009821345068724781056$ توی 1/38685626227668133590597632، $2^{89} = 618970019642690137449562112$ توی 1/77371252455336267181195264، $2^{90} = 1237940039285380274899124224$ توی 1/154742504910672534362390528، $2^{91} = 2475880078570760549798248448$ توی 1/309485009821345068724781056، $2^{92} = 4951760157141521099596496896$ توی 1/618970019642690137449562112، $2^{93} = 9903520314283042199192993792$ توی 1/1237940039285380274899124224، $2^{94} = 19807040628566084398385987584$ توی 1/2475880078570760549798248448، $2^{95} = 39614081257132168796771975168$ توی 1/4951760157141521099192993792، $2^{96} = 79228162514264337593543950336$ توی 1/9903520314283042199192993792، $2^{97} = 158456325028528675187087900672$ توی 1/19807040628566084398385987584، $2^{98} = 316912650057057350374175801344$ توی 1/39614081257132168796771975168، $2^{99} = 633825300114114700748351602688$ توی 1/79228162514264337593543950336، $2^{100} = 1267650600228229401496703205376$ توی 1/158456325028528675187087900672، $2^{101} = 2535301200456458802993406410752$ توی 1/316912650057057350374175801344، $2^{102} = 5070602400912917605986812821504$ توی 1/633825300114114700748351602688، $2^{103} = 10141204801825835211973625643008$ توی 1/1267650600228229401496703205376، $2^{104} = 20282409603651670423947251286016$ توی 1/2535301200456458802993406410752، $2^{105} = 40564819207303340847894502572032$ توی 1/5070602400912917605986812821504، $2^{106} = 81129638414606681695789005144064$ توی 1/10141204801825835211973625643008، $2^{107} = 162259276829213363391578010288128$ توی 1/20282409603651670423947251286016، $2^{108} = 324518553658426726783156020576256$ توی 1/40564819207303340847894502572032، $2^{109} = 649037107316853453566312041152512$ توی 1/81129638414606681695789005144064، $2^{110} = 1298074214633706907132624082305024$ توی 1/162259276829213363391578010288128، $2^{111} = 2596148429267413814265248164610048$ توی 1/324518553658426726783156020576256، $2^{112} = 5192296858534827628530496329220096$ توی 1/649037107316853453566312041152512، $2^{113} = 10384593717069655257060992658440192$ توی 1/1298074214633706907132624082305024، $2^{114} = 20769187434139310514121985316880384$ توی 1/2596148429267413814265248164610048، $2^{115} = 41538374868278621028243970633760768$ توی 1/5192296858534827628530496329220096، $2^{116} = 83076749736557242056487941267521536$ توی 1/10384593717069655257060992658440192، $2^{117} = 166153499473114484112975882535043072$ توی 1/20769187434139310514121985316880384، $2^{118} = 332306998946228968225951765070086144$ توی 1/41538374868278621028243970633760768، $2^{119} = 664613997892457936451903530140172288$ توی 1/83076749736557242056487941267521536، $2^{120} = 1329227995784915872903807060280344576$ توی 1/166153499473114484112975882535043072، $2^{121} = 2658455991569831745807614120560689152$ توی 1/332306998946228968225951765070086144، $2^{122} = 5316911983139663491615228241121378304$ توی 1/664613997892457936451903530140172288، $2^{123} = 10633823966279326983230456482242756608$ توی 1/1329227995784915872903807060280344576، $2^{124} = 21267647932558653966460912964485513216$ توی 1/2658455991569831745807614120560689152، $2^{125} = 42535295865117307932921825928971026432$ توی 1/5316911983139663491615228241121378304، $2^{126} = 85070591730234615865843651857942052864$ توی 1/10633823966279326983230456482242756608، $2^{127} = 170141183460469231731687303715884105728$ توی 1/21267647932558653966460912964485513216، $2^{128} = 340282366920938463463374607431768211456$ توی 1/42535295865117307932921825928971026432، $2^{129} = 680564733841876926926749214863536422912$ توی 1/85070591730234615865843651857942052864، $2^{130} = 1361129467683753853853498429727072845824$ توی 1/170141183460469231731687303715884105728، $2^{131} = 2722258935367507707706996859454145691648$ توی 1/340282366920938463463374607431768211456، $2^{132} = 5444517870735015415413993718908291383296$ توی 1/680564733841876926926749214863536422912، $2^{133} = 10889035741470030830827987437816582766592$ توی 1/1361129467683753853853498429727072845824، $2^{134} = 21778071482940061661655974875633165533184$ توی 1/2722258935367507707706996859454145691648، $2^{135} = 43556142965880123323311949751266331066368$ توی 1/5444517870735015415413993718908291383296، $2^{136} = 87112285931760246646623899502532662132736$ توی 1/10889035741470030830827987437816582766592، $2^{137} = 174224571863520493293247799005065324265472$ توی 1/21778071482940061661655974875633165533184، $2^{138} = 348449143727040986586495598010130648530944$ توی 1/43556142965880123323311949751266331066368، $2^{139} = 696898287454081973172991196020261297061888$ توی 1/87112285931760246646623899502532662132736، $2^{140} = 1393796574908163946345982392040522594123776$ توی 1/174224571863520493293247799005065324265472، $2^{141} = 2787593149816327892691964784081045188247552$ توی 1/348449143727040986586495598010130648530944، $2^{142} = 5575186299632655785383929568162090376495104$ توی 1/696898287454081973172991196020261297061888، $2^{143} = 11150372599265311570767859136324180752990208$ توی 1/1393796574908163946345982392040522594123776، $2^{144} = 22300745198530623141535718272648361505980416$ توی 1/2787593149816327892691964784081045188247552، $2^{145} = 44601490397061246283071436545296723011960832$ توی 1/5575186299632655785383929568162090376495104، $2^{146} = 89202980794122492566142873090593446023921664$ توی 1/11150372599265311570767859136324180752990208، $2^{147} = 178405961588244985132285746181186892047843328$ توی 1/22300745198530623141535718272648361505980416، $2^{148} = 356811923176489970264571492362373784095686656$ توی 1/44601490397061246283071436545296723011960832، $2^{149} = 713623846352979940529142984724747568191373312$ توی 1/89202980794122492566142873090593446023921664، $2^{150} = 1427247692705959881058285969449495136382746624$ توی 1/178405961588244985132285746181186892047843328، $2^{151} = 2854495385411919762116571938898990272765493248$ توی 1/356811923176489970264571492362373784095686656، $2^{152} = 5708990770823839524233143877797980545530986496$ توی 1/713623846352979940529142984724747568191373312، $2^{153} = 11417981541647679048466287755595961091061972992$ توی 1/1427247692705959881058285969449495136382746624، $2^{154} = 22835963083295358096932575511191922182123945984$ توی 1/2854495385411919762116571938898990272765493248، $2^{155} = 45671926166590716193865151022383844364247891968$ توی 1/5708990770823839524233143877797980545530986496، $2^{156} = 91343852333181432387730302044767688728495783936$ توی 1/11417981541647679048466287755595961091061972992، $2^{157} = 182687704666362864775460604089535377456991567872$ توی 1/22835963083295358096932575511191922182123945984، $2^{158} = 365375409332725729550921208179070754913983135744$ توی 1/45671926166590716193865151022383844364247891968، $2^{159} = 730750818665451459101842416358141509827966271488$ توی 1/91343852333181432387730302044767688728495783936، $2^{160} = 1461501637330902918203684832716283019655932542976$ توی 1/182687704666362864775460604089535377456991567872، $2^{161} = 2923003274661805836407369665432566039311865085952$ توی 1/365375409332725729550921208179070754913983135744، $2^{162} = 5846006549323611672814739330865132078623730171904$ توی 1/730750818665451459101842416358141509827966271488، $2^{163} = 11692013098647223345629478661730264157247460343808$ توی 1/1461501637330902918203684832716283019655932542976، $2^{164} = 23384026197294446691258957323460528314494920687616$ توی 1/2923003274661805836407369665432566039311865085952، $2^{165} = 46768052394588893382517914646921056628989841375232$ توی 1/5846006549323611672814739330865132078623730171904، $2^{166} = 93536104789177786765035829293842113257979682750464$ توی 1/11692013098647223345629478661730264157247460343808، $2^{167} = 187072209578355573530071658587684226515959365500928$ توی 1/23384026197294446691258957323460528314494920687616، $2^{168} = 374144419156711147060143317175368453031918731001856$ توی 1/46768052394588893382517914646921056628989841375232، $2^{169} = 748288838313422294120286634350736906063837462003712$ توی 1/93536104789177786765035829293842113257979682750464، $2^{170} = 1496577676626844588240573268701473812127674924007424$ توی 1/1870722095783555735300716585876842265159593655003712،