Subject: دهم پسر ۲۱ A　　　　۱۹٫۲۵　　　　Date: پارسا رحالی

۱ـ　(۲)

$$(1! + 3! + 5! + \cdots + 25!)(2! + 4! + 6! + \cdots + 26!)$$

$$1 + 6 + 120 + \cdots + 25! \qquad 2 + 24 + 720 + \cdots + 26!$$

همه اعداد بعد از !۵ به دلیل وجود عامل ۲ و ۵ یکانشان صفر است پس یکان کل پرانتز ۷ می باشد

همه اعداد بعد از !۶ ۲ عامل ۲ و ۵ دارند پس یکانشان صفر است پس یکان این پرانتز ۶ است.

$7 \times 6 = 42$ ✓ پس یکان ۲ است

۲ـ　(۱٫۵)

الف) $$\sqrt[4]{(4+\sqrt{7})^{-1}}\,\sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt[4]{\frac{8+2\sqrt{7}}{4+\sqrt{7}}} = \sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt{7})}{(4+\sqrt{7})}} = \sqrt[4]{2}$$ ✓

ب) $$\left[\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\right]\left(\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\Big(\underbrace{\sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{3+\sqrt{5}}}_{b}\Big)^{-\sqrt{2}} = \boxed{-1}$$

$$\frac{2}{4}\left(3-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}-2\sqrt{9-5}\right) = \frac{2}{4}\times 2 = \cancel{1}$$

$b^2 = 6 - 2\sqrt{4} = 2 \xrightarrow{b<0} b = -\sqrt{2}$

۳ـ　(۲)

الف) $$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - 2\left(\sqrt[4]{9}-1\right)^{-1} \rightarrow 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right)$$

$$\frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{5-\sqrt{6}} \times \frac{5+\sqrt{6}}{5+\sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{2}+15\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{25-6} = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{19} =$$

$$\sqrt{2}+\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-1 = \sqrt{2}-1$$ ✓

ب) $$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = 2+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1 = 1+2\sqrt{3}$$ ✓

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

$$\frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{16-3} = \frac{\cancel{13}(\sqrt{3}-1)}{\cancel{13}} = \sqrt{3}-1$$

Subject: Date:

۴- (۲)

الف) $\frac{\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}-2 = 2+\sqrt{6}-2=\sqrt{6}$

به توان ۲ $\rightarrow \frac{1+\sqrt{3}+\sqrt{3}-1+2\sqrt{3-1}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=$

$\frac{6+4+4\sqrt{6}}{3-2}=10+4\sqrt{6} \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{10+4\sqrt{6}}=2+\sqrt{6}$

ب) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{2^9}}\times\sqrt[4]{162}\times\sqrt{4\sqrt[4]{2}} = \sqrt[12]{2^8}\times 3\sqrt[12]{2^3}\times\sqrt[12]{2^{13}} = 3\sqrt[12]{2^{24}} = 3\times4=12$

۵- (۲)

$\frac{3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}+3^{x+4}+3^{x+5}}{2^{x-2}+2^{x-1}+2^x+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}}=52 \Rightarrow \frac{3^x}{2^x}\left(\frac{1+3+9+27+81+243}{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8}\right)=52$

$\rightarrow \frac{3^x}{2^x}\left(\frac{364}{\frac{63}{4}}\right)=52 \Rightarrow \frac{3^x}{2^x}\times\frac{4}{9}=1 \Rightarrow x=2$

۶- (۲)

$\left((a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)\right)^2=(\underbrace{a^4+b^4+2a^2b^2-4a^2b^2}_{a^4+b^4-2a^2b^2})^2$

$(a^4+b^4-2a^2b^2)^2=\sqrt{6}-2+\sqrt{6}+2-2\sqrt{2} = (2\sqrt{6}-2\sqrt{2})^2=24+8-8\sqrt{12}=$

$32-16\sqrt{3}=16(2-\sqrt{3}) \Rightarrow t=16$

۷- (۲/۷۵)

$a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}=\sqrt[4]{(2-\sqrt{3})^2}=\sqrt{2-\sqrt{3}}$

$\left((a+\frac{1}{a}+\sqrt{2})(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2})\right)^2=(a^2+\frac{1}{a^2})^2=\left(2-\sqrt{3}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^2=4^2=16=2^t$

$\boxed{t=4}$

۸- (۲)

$A=\sqrt[5]{4^3\sqrt{16}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}=\sqrt[15]{2^{10}}\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{2}{3}}\times2^{\frac{4}{3}}=4$

$(2A)^{-\frac{1}{3}}=(8)^{-\frac{1}{3}}=\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$

۹- (۲)

$\sqrt[7]{a}=3^3a^{\frac{15}{7}} \Rightarrow \frac{\sqrt[7]{a}}{\sqrt[7]{a^{15}}}=3^3 \Rightarrow \sqrt[7]{\frac{1}{a^{14}}}=3^3 \Rightarrow \frac{1}{a^2}=27 \Rightarrow a^2=\frac{1}{27}$

$a=\frac{1}{3\sqrt{3}}$ $\frac{1}{a}-3=3\sqrt{3}-3$ $\frac{3\sqrt{3}-3}{1+\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}=\frac{12-6\sqrt{3}}{2}=6-3\sqrt{3}$

Scanned with CamScanner

Subject: Date:

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2 \longrightarrow x+a-x+4=2(\underbrace{\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}}_{\frac{a+4}{2}})$ ۲ ـ ۱۰

$\underbrace{\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}}_{\frac{a+4}{2}}-2=\frac{a+4}{2}-\frac{4}{2}=\frac{a}{2}$ ✓