آفرین! ۲۰

سینا فاطمی

Subject :

Year : **Month :** **Date :**

۱- (۲ می‌شود) ✓ $(۱!+۳!+۵!+\dots+۲۵!)(۲!+۴!+۶!+۸!+\dots+۲۶!)=$

از ۵ فاکتوریل و از ۶ فاکتوریل به بعد یکان اعداد صفر می‌شود پس یکان حاصل ←

$۱!+۳!=۷$

$۲!+۴!=۲\underline{۶}$

$۷\times۶=۴\boxed{۲}$ ✓

۲

۲- الف) ✓ $\sqrt[۴]{\frac{۱}{۴+\sqrt{۷}}} * \sqrt[۴]{۱+۷+۲\sqrt{۷}} \longrightarrow \sqrt[۴]{\frac{۱}{۴+\sqrt{۷}}} \times \sqrt[۴]{۸+۲\sqrt{۷}} = \sqrt[۴]{\frac{۱}{۴+\sqrt{۷}} \times ۸+۲\sqrt{۷}} = \boxed{\sqrt[۴]{۲}}$

ب) $\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۵}}{\sqrt{۱۰}+۲} \times \frac{\sqrt{۱۰}-۲}{\sqrt{۱۰}-۲} = \frac{\sqrt{۲۰}+\sqrt{۵۰}-\sqrt{۸}-\sqrt{۲۰}}{۶} = \frac{۵\sqrt{۲}-۲\sqrt{۲}}{۶} = \frac{۳\sqrt{۲}}{۶} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲

$|\sqrt{۳-\sqrt{۵}}-\sqrt{۳+\sqrt{۵}}| \longrightarrow \sqrt{(\sqrt{۳-\sqrt{۵}}-\sqrt{۳+\sqrt{۵}})^۲} = \sqrt{۳-\sqrt{۵}+۳+\sqrt{۵}-۲\sqrt{(۳-\sqrt{۵})(۳+\sqrt{۵})}} =$

$\sqrt{۶-۲\sqrt{۴}} \longrightarrow \sqrt{۶-۴} = \sqrt{۲} \longrightarrow \sqrt{۳-\sqrt{۵}}-\sqrt{۳+\sqrt{۵}} = -\sqrt{۲}$

$\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times(-\sqrt{۲}) = \frac{-۲}{۲} = \boxed{-۱}$ ✓

۳- الف) $\frac{\sqrt{۸}+\sqrt{۲۷}}{۵-\sqrt{۶}} \longrightarrow \frac{۲\sqrt{۲}+۳\sqrt{۳}}{۵-\sqrt{۶}} \times \frac{۵+\sqrt{۶}}{۵+\sqrt{۶}} \longrightarrow \frac{۱۰\sqrt{۲}+۱۵\sqrt{۳}+\overset{۴\sqrt{۳}}{\cancel{۲\sqrt{۱۲}}}+\overset{۹\sqrt{۲}}{\cancel{۳\sqrt{۱۸}}}}{۲۵-۶}$

۲

$\frac{۱۹\sqrt{۲}+۱۹\sqrt{۳}}{۱۹} = \sqrt{۲}+\sqrt{۳}$

$-۲(\sqrt[۴]{۹}-۱)^{-۱} \longrightarrow -۲\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}-۱}\right) = \frac{-۲}{\sqrt{۳}-۱} \times \frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{-۲\sqrt{۳}-۲}{۳-۱} = \frac{-۲\sqrt{۳}-۲}{۲}$

$-\sqrt{۳}-۱$

$\sqrt{۳}+\sqrt{۲}-\sqrt{۳}-۱ = \boxed{\sqrt{۲}-۱}$ ✓

ب) $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}} \longrightarrow \frac{۳\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}} \times \frac{۴-\sqrt{۳}}{۴-\sqrt{۳}} = \frac{۱۲\sqrt{۳}-۴-۹+\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳}-۱۳}{۱۳} = \sqrt{۳}-۱$

$(۲-\sqrt{۳})^{-۱} \longrightarrow \frac{۱}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} = ۲+\sqrt{۳}$

$\sqrt{۳}-۱+۲+\sqrt{۳} = \boxed{۲\sqrt{۳}+۱}$ ✓

Subject : Year : Month : Date :

۴- ابتدا عبارت را به توان دو می رسانیم و سپس جذر می گیریم

الف) ۲

$$\left(\frac{\sqrt{۱+\sqrt{۳}}+\sqrt{\sqrt{۳}-۱}}{\sqrt{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}}\right)^{۲} \longrightarrow \frac{۱+\sqrt{۳}+\sqrt{۳}-۱+۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}} = \frac{۲\sqrt{۳}+۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}+۲} =$$

$$\frac{۶+۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۶}+۴}{۱} = ۱۰+۴\sqrt{۶} = ۴+۶+۴\sqrt{۶} = (۲+\sqrt{۶})^{۲} \longrightarrow \sqrt{(۲+\sqrt{۶})^{۲}} = ۲+\sqrt{۶}$$

$$۲+\sqrt{۶}-۲ = \boxed{\sqrt{۶}}$$ ✓

ب)

$$(۲^{\frac{۴}{۳}})^{\frac{۱}{۲}}\times ۳\sqrt[۴]{۲}\times\sqrt{۲^{۲}\times ۲^{\frac{۱}{۶}}} = ۲^{\frac{۲}{۳}}\times ۳\times ۲^{\frac{۱}{۴}}\times(۲^{\frac{۱۳}{۶}})^{\frac{۱}{۲}} \longrightarrow ۳\times ۲^{\frac{۱۱}{۱۲}}\times ۲^{\frac{۱۳}{۱۲}} =$$

$$۳\times ۲^{\frac{۲۴}{۱۲}} = ۳\times ۲^{۲} = \boxed{۱۲}$$ ✓

۵- ۲

$$\frac{۳^{x}(۱+۳+۳^{۲}+۳^{۳}+۳^{۴}+۳^{۵})}{۲^{x-۲}(۱+۲+۲^{۲}+۲^{۳}+۲^{۴}+۲^{۵})} = ۵۲ \qquad \frac{۳^{x}\times ۳۶۴}{۲^{x-۲}\times ۶۳} = ۵۲$$

$$۳^{x}\times ۳۶۴ = ۵۲\times ۲^{x}\times\frac{۶۳}{۴} \longrightarrow ۳^{x}\times ۳۶۴ = ۲^{x}\times ۸۱۹$$

$$۳^{x} = ۲^{x}\times\frac{۹}{۴} \longrightarrow ۳^{x} = ۲^{x-۲}\times ۳^{۲} \longrightarrow ۳^{x-۲} = ۲^{x-۲}$$

$$\boxed{x=۲}$$ ✓

۶- ۲

$$((a-b)^{۲})^{۲}\times((a+b)^{۲})^{۲} = t(۲-\sqrt{۳})$$

$$(a-b)^{۴}\times(a+b)^{۴} = t(۲-\sqrt{۳}) \longrightarrow ((a-b)(a+b))^{۴} = t(۲-\sqrt{۳})$$

$$(a^{۲}-b^{۲})^{۴} = t(۲-\sqrt{۳}) \longrightarrow \left(\sqrt{\sqrt{۶}-۲}-\sqrt{\sqrt{۶}+۲}\right)^{۴} = t(۲-\sqrt{۳})$$

$$\left(\sqrt{۶}-۲+\sqrt{۶}+۲-۲\sqrt{۲}\right)^{۲} = t(۲-\sqrt{۳}) \longrightarrow (۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^{۲} = t(۲-\sqrt{۳})$$

$$۲۴+۸-۲(۴\sqrt{۱۲}) = t(۲-\sqrt{۳}) \longrightarrow ۳۲-۱۶\sqrt{۳} = t(۲-\sqrt{۳})$$

$$\boxed{t=۱۶}$$ ✓

۷- (۲)

$((a+\frac{1}{a}+\sqrt{۲})(a+\frac{1}{a}-\sqrt{۲}))^۲ = ۲^۴ \longrightarrow (a+\frac{1}{a})^۲-۲ = ۲^{\frac{k}{۲}} \longrightarrow a^۲+\frac{1}{a^۲}+۲-۲ = ۲^{\frac{k}{۲}}$

$a^۲+\frac{1}{a^۲} = ۲^{\frac{k}{۲}}$

$\sqrt{۷-۴\sqrt{۳}}+\frac{1}{\sqrt{(۷-۴\sqrt{۳})}} = ۲^{\frac{k}{۲}} \longrightarrow \sqrt{(۲-\sqrt{۳})^۲}+\frac{1}{\sqrt{(۲-\sqrt{۳})^۲}} = ۲^{\frac{k}{۲}}$

$۲-\sqrt{۳}+\frac{1}{۲-\sqrt{۳}} = ۲^{\frac{k}{۲}} \longrightarrow \frac{۷-۴\sqrt{۳}+۱}{۲-\sqrt{۳}} = ۲^{\frac{k}{۲}} \longrightarrow \frac{۸-۴\sqrt{۳}}{۲-\sqrt{۳}} = ۲^{\frac{k}{۲}} \longrightarrow ۲^{\frac{k}{۲}} = ۴$

$\frac{k}{۲} = ۲$

$\boxed{k = ۴}$ ✓

۸- (۲)

$A = \sqrt[۵]{۲^۲ \times ۲^{\frac{۴}{۳}}} \times (۲^{-۱})^{-\frac{۴}{۳}} \longrightarrow \sqrt[۵]{۲^{\frac{۱۰}{۳}}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} \longrightarrow ۲^{\frac{۲}{۳}} \times ۲^{\frac{۴}{۳}} = ۲^۲ = ۴$ ✓

$(۲A)^{-\frac{1}{۳}} \longrightarrow (۲\times ۲^۲)^{-\frac{1}{۳}} = (۲^۳)^{-\frac{1}{۳}} = ۲^{-۱} = \boxed{\frac{1}{۲}}$ ✓

۹- (۲)

$\sqrt[۷]{a} = \overset{۳^۳}{۲۷} \times a^{\frac{۱۵}{۷}} \xrightarrow{\text{به توان ۷}} a = ۳^{۲۱} \times a^{۱۵} \longrightarrow ۱ = ۳^{۲۱} \times a^{۱۴} \longrightarrow a^{۱۴} = ۳^{-۲۱}$

$a^۲ = ۳^{-۳}$

$a^۲ = \frac{1}{۲۷} \longrightarrow a = \pm\frac{1}{۳\sqrt{۳}} \xrightarrow{\text{گفته شده a مثبت است}} a = \frac{1}{۳\sqrt{۳}}$

$\frac{\frac{1}{a}-۳}{1+\sqrt{۳}} = \frac{۳\sqrt{۳}-۳}{\sqrt{۳}+۱} \times \frac{\sqrt{۳}-۱}{\sqrt{۳}-۱} = \frac{۹-۳\sqrt{۳}-۳\sqrt{۳}+۳}{۲} = \frac{۱۲-۶\sqrt{۳}}{۲}$ $\boxed{۶-۳\sqrt{۳}}$ ✓

---

(۲)

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴} = ۲$

$(\underbrace{\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴}}_{۲})(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}) = x+a-(x-۴) \Rightarrow a+۴$

$\frac{a+۴}{۲} \Rightarrow \sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴}$ $\frac{a}{۲}+۲-۲ = \boxed{\frac{a}{۲}}$ ✓