نام و نام خانوادگی ...امیررضا جوزی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۱... کلاس ...دهم شبهها...

۱۹

۱ (۲)

$2!+4!+6!+\cdots+26!$

از !۶ به بعد عامل ۲ و ۵ داریم پس رقم یکان همه آنها صفر است

$2!+4!=2+24=26$

$1!+3!+5!+\cdots+25!$

از !۵ به بعد چون عامل ۲ و ۵ داریم یکان صفر

$1!+3!=1+6=7$

رقم یکان عبارت ۲ است $6\times7=4\boxed{2}$

۲ (۲)

(ب) $\sqrt{3-\sqrt5}=A$ و $\sqrt{3+\sqrt5}=B$ ، $A\times B=\sqrt{(3-\sqrt5)(3+\sqrt5)}=\sqrt{9-5}=\sqrt4=2$

$A^2=3-\sqrt5$ ، $B^2=3+\sqrt5$ ، $A^2+B^2=(3-\sqrt5)+(3+\sqrt5)=6$

$(A-B)^2=A^2+B^2-2AB=6-4=2$ ، $A>B \Rightarrow B-A<0$ ، $\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}=-\sqrt2$

(الف) $\frac{\sqrt3+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}(-\sqrt2)=-\frac{(\sqrt3+\sqrt5)\sqrt2}{\sqrt{10}+2}=-\frac{2+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}}=\boxed{-1}$

$\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}}\times\sqrt{1+\sqrt7}=\frac{\sqrt{1+\sqrt7}}{\sqrt[4]{4+\sqrt7}}=\sqrt[4]{\frac{(1+\sqrt7)^2}{4+\sqrt7}}$ ، $(1+\sqrt7)^2=8+2\sqrt7=2(4+\sqrt7)$ ، $\sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt7)}{4+\sqrt7}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$

۳ (۲)

(الف) $\sqrt8=2\sqrt2$ ، $\sqrt{27}=3\sqrt3$

$\frac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{(5-\sqrt6)(5+\sqrt6)}=\frac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{25-6}$ ، $(10\sqrt2+6\sqrt3)+(4\sqrt3+15\sqrt2)=19(\sqrt2+\sqrt3)$

$\frac{19(\sqrt2+\sqrt3)}{19}=\sqrt2+\sqrt3$ ، $\sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1=\boxed{\sqrt2-1}$

(ب) $\sqrt[4]9=\sqrt3 \Rightarrow \sqrt[4]9-1=\sqrt3-1 \Rightarrow (\sqrt3-1)^{-1}=\frac{1}{\sqrt3-1}$ ، $\frac{2(\sqrt3+1)}{(\sqrt3-1)(\sqrt3+1)}=\sqrt3+1$

$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}+\frac{1}{2-\sqrt3}$ ، $(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)=12\sqrt3-9-4+\sqrt3$ ، $\frac{13(\sqrt3-1)}{13}=\sqrt3-1$

$\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}=\frac{(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)}{16-3}$ ، $\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=2+\sqrt3$

$(\sqrt3-1)+(2+\sqrt3)=\boxed{2\sqrt3+1}$

۴ (۲)

(الف) $a+b=\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}\Rightarrow(a+b)^2=2(\sqrt3+\sqrt2)\Rightarrow a+b=\sqrt2\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}$

$\frac{a+b}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}=\sqrt2\times\sqrt{\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}}=\sqrt2\times\sqrt{5+2\sqrt6}=\sqrt{10+4\sqrt6}=2+\sqrt6\Rightarrow(2+\sqrt6)-2=\boxed{\sqrt6}$

(ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}}=(2^8)^{\frac13\times\frac14}=2^{\frac{8}{12}}=2^{\frac23}$

$\sqrt[4]{162}=(2\times3^4)^{\frac14}=2^{\frac14}\times3^{\frac44}=3\times2^{\frac14}$

$\sqrt{4\times\sqrt[6]2}=\sqrt{2^2\times2^{\frac16}}=\sqrt{2^{\frac{13}{6}}}=2^{\frac{13}{12}}$

$2^{\frac23}\times2^{\frac14}\times2^{\frac{13}{12}}=2^{\frac{8}{12}}\times2^{\frac{3}{12}}\times2^{\frac{13}{12}}=2^{\frac{24}{12}}=2^2=4$

$4\times3=\boxed{12}$

۵ (۲)

$3^n+3^{n+1}+3^{n+2}+3^{n+3}+3^{n+4}+3^{n+5}=3^n\underbrace{(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)}_{364}$

$2^{n-2}\underbrace{(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)}_{63}$

$\frac{364\times3^n}{63\times2^{n-2}}=52$ ، $\frac{364}{63}=\frac{52}{9}\Rightarrow\frac{52}{9}\times\frac{3^n}{2^{n-2}}=52\Rightarrow\frac19\times\frac{3^n}{2^{n-2}}=1$

$\frac{3^n}{2^{n-2}}=9$ ، $\frac{3^n\times4}{2^n}=4\times\left(\frac32\right)^n=9$ ، $\left(\frac32\right)^n=\frac94$ ، $\boxed{n=2}$

امیررضا

$a=\sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ $(a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)=(a^2+b^2)^2-(2ab)^2$ $b=\sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$ $a^2+b^2=(\sqrt{6}-2)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{6}+2)^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{6}$ ، $ab=\sqrt[4]{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\sqrt[4]{2}$ $(a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)=(2\sqrt{6})^2-(2\sqrt[4]{2})^2=24-4=20$ $\left((a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)\right)^2=20^2=400$ $t(2-\sqrt{3})=400$ $t=\frac{32-16\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{(608-192\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{4-3}=\boxed{16}$	2	6
$a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$ $(a+\frac{1}{a}+\sqrt{2})^2(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2})^2=2^t$ $2^2=2^t$ $\boxed{\cancel{t=2}}$ $(2-\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$ $\left(\left(\frac{a+1}{a+\sqrt{2}}\right)\left(\frac{a+1}{a-\sqrt{2}}\right)\right)^2=2^2=4$ $a^2=\sqrt{7-4\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ $a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{2-\sqrt{3}}$ $\frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2+\sqrt{3}}$ | $a+\frac{1}{a}=\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$	1	7
$\sqrt[3]{16}$ | $16=2^4$ $\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=2^{\frac{4}{3}}$ $4\times\sqrt[3]{16}=4\times2^{\frac{4}{3}}=2^2\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{10}{3}}$ $\sqrt[5]{4\times\sqrt[3]{16}}=\sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}}}=2^{\frac{10}{15}}=2^{\frac{2}{3}}$ $(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}=2^{\frac{4}{3}}$ $2^{\frac{2}{3}}\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{6}{3}}=2^2=4$ $2\times A=2\times4=8=2^3$ $(2\times A)^{-\frac{1}{3}}=(2^3)^{-\frac{1}{3}}=2^{-1}=\boxed{\frac{1}{2}}$	2	8
$\sqrt[7]{a}=27\times a^{\frac{15}{7}}$ $a^{\frac{1}{7}}=27\times a^{\frac{15}{7}}\Rightarrow\frac{a^{\frac{1}{7}}}{a^{\frac{15}{7}}}=27$ $a^{\frac{(1-15)}{7}}=a^{-\frac{14}{7}}=a^{-2}$ $a^{-\frac{14}{7}}=27\Rightarrow a^{\frac{14}{7}}=\frac{1}{27}\Rightarrow a^2=\frac{1}{27}$ $a=\frac{1}{3\sqrt{3}}$ $\frac{1}{a}=3\sqrt{3}\Rightarrow\frac{1}{a}-3=3\sqrt{3}-3=3(\sqrt{3}-1)$ $\frac{\frac{1}{a}-3}{1+\sqrt{3}}=\frac{3(\sqrt{3}-1)}{1+\sqrt{3}}=3\times\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=3\times\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2}=3\times\frac{3-2\sqrt{3}+1}{2}=3\times\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=3(2-\sqrt{3})=\boxed{6-3\sqrt{3}}$	2	9
$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2$ $\frac{(\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4})=(x+a)-(x+4)}{\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2}$ چون $=a+4$ $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2$ پس: $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2=\frac{a+4}{2}-2=\boxed{\frac{a}{2}}$ اگر a را ۴ فرض کنیم جواب ۲ می‌شود	2	10

۷-

مزدوج $\rightarrow \left(\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\right)^2=\left(a^2+\frac{1}{a^2}+2-2\right)^2$

$$\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2=\left(2-\sqrt{3}+\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right)^2=4^2=16=2^t \longrightarrow \boxed{t=4}$$

$2+\sqrt{3}$ ← گویا