نام و نام خانوادگی ...امیرعباس جوذن... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲۱... کلاس ...دهم ب بهار...

۱

$2!+4!+6!+\dots+26!$

از ۶! به بعد عامل ۲ و ۵ داریم پس رقم یکان همه آنها صفر است

$2!+4!=2+24=26$

$1!+3!+5!+\dots+25!$

از ۵! به بعد چون عامل ۲ و ۵ داریم یکان صفر

$1!+3!=1+6=7$

رقم یکان عبارت ۲ است $6\times7=4\boxed{2}$

۲

ب)

$\sqrt{3-\sqrt5}=A$ و $\sqrt{3+\sqrt5}=B$ ، $A\times B=\sqrt{(3-\sqrt5)(3+\sqrt5)}=\sqrt{9-5}=\sqrt4=2$

$A^2=3-\sqrt5$ ، $B^2=3+\sqrt5$ ، $A^2+B^2=(3-\sqrt5)+(3+\sqrt5)=6$

$(A-B)^2=A^2+B^2-2AB=6-4=2$ ، $A>B\Rightarrow B-A<0$ ، $\sqrt{3-\sqrt5}-\sqrt{3+\sqrt5}=-\sqrt2$

الف)

$\frac{\sqrt3+\sqrt5}{\sqrt{10}+2}(-\sqrt2)=-\frac{(\sqrt3+\sqrt5)\sqrt2}{\sqrt{10}+2}=-\frac{2+\sqrt{10}}{2+\sqrt{10}}=\boxed{-1}$

$\sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}}\times\sqrt{1+\sqrt7}=\frac{\sqrt{1+\sqrt7}}{\sqrt[4]{4+\sqrt7}}=\sqrt[4]{\frac{(1+\sqrt7)^2}{4+\sqrt7}}$ ، $(1+\sqrt7)^2=8+2\sqrt7=2(4+\sqrt7)$ ، $\sqrt[4]{\frac{2(4+\sqrt7)}{4+\sqrt7}}=\boxed{\sqrt[4]{2}}$

۳

الف)

$\sqrt8=2\sqrt2$ ، $\sqrt{27}=3\sqrt3$

$\frac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{(5-\sqrt6)(5+\sqrt6)}=\frac{(2\sqrt2+3\sqrt3)(5+\sqrt6)}{25-6}$ ، $(10\sqrt2+9\sqrt2)+(4\sqrt3+15\sqrt3)=19(\sqrt2+\sqrt3)$

$\frac{19(\sqrt2+\sqrt3)}{19}=\sqrt2+\sqrt3$ ، $\sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1=\boxed{\sqrt2-1}$

$\sqrt[4]9=\sqrt3\Rightarrow\sqrt[4]9-1=\sqrt3-1\Rightarrow(\sqrt3-1)^{-1}=\frac{1}{\sqrt3-1}$ ، $\frac{(\sqrt3+1)}{(\sqrt3-1)(\sqrt3+1)}=\sqrt3+1$

ب)

$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt3}+\frac{1}{2-\sqrt3}$ ، $(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)=12\sqrt3-9-4+\sqrt3=\frac{13(\sqrt3-1)}{13}=\sqrt3-1$

$\frac{3\sqrt3-1}{4+\sqrt3}\times\frac{4-\sqrt3}{4-\sqrt3}=\frac{(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)}{16-3}$ ، $\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}=2+\sqrt3$

$(\sqrt3-1)+(2+\sqrt3)=\boxed{2\sqrt3+1}$

۴

الف)

$a+b=\sqrt{1+\sqrt3}+\sqrt{\sqrt3-1}\Rightarrow(a+b)^2=2(\sqrt3+\sqrt2)\Rightarrow a+b=\sqrt2\sqrt{\sqrt3+\sqrt2}$

$\frac{a+b}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}}=\sqrt2\times\sqrt{\frac{\sqrt3+\sqrt2}{\sqrt3-\sqrt2}}=\sqrt2\times\sqrt{5+2\sqrt6}=\sqrt{10+4\sqrt6}=2+\sqrt6\Rightarrow(2+\sqrt6)-2=\boxed{\sqrt6}$

ب)

$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}}=(2^8)^{\frac13\times\frac14}=2^{\frac{8}{12}}=2^{\frac23}$

$\sqrt[4]{162}=(2\times3^4)^{\frac14}=2^{\frac14}\times3^{\frac44}=3\times2^{\frac14}$

$\sqrt{4\times\sqrt[6]{2}}=\sqrt{2^2\times2^{\frac16}}=\sqrt{2^{\frac{13}{6}}}=2^{\frac{13}{12}}$

$2^{\frac23}\times2^{\frac14}\times2^{\frac{13}{12}}=2^{\frac{8}{12}}\times2^{\frac{3}{12}}\times2^{\frac{13}{12}}=2^{\frac{24}{12}}=2^2=4$

$4\times3=\boxed{12}$

۵

$3^n+3^{n+1}+3^{n+2}+3^{n+3}+3^{n+4}+3^{n+5}=3^n\underbrace{(1+3+3^2+3^3+3^4+3^5)}_{364}$

$2^{n-2}\underbrace{(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5)}_{63}$

$\Rightarrow\frac{3^n}{2^{n-2}}=9$ ، $\frac{3^n\times4}{2^n}=4\times\left(\frac32\right)^n=9$ ، $\left(\frac32\right)^n=\frac94$ ، $\boxed{n=2}$

$\frac{364\times3^n}{63\times2^{n-2}}=52$ ، $\frac{364}{63}=\frac{52}{9}\Rightarrow\frac{52}{9}\times\frac{3^n}{2^{n-2}}=52\Rightarrow\frac19\times\frac{3^n}{2^{n-2}}=1$

امیررضا [illegible]

۶

$a=\sqrt[4]{\sqrt{6}-2}$ $\quad (a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)=(a^2+b^2)^2-(2ab)^2$

$b=\sqrt[4]{\sqrt{6}+2}$ $\quad a^2+b^2=(\sqrt{6}-2)+(\sqrt{6}+2)=2\sqrt{6}\ ,\ ab=\sqrt[4]{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\sqrt[4]{2}$

$(a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)=(2\sqrt{6})^2-(\sqrt[4]{2})^2=24-4=20$

$\left((a^2+b^2-2ab)(a^2+b^2+2ab)\right)^2=20^2=400$

$t(2-\sqrt{3})=400 \quad t=\cancel{\ldots}=\frac{32-16\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\times\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{(608-192\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{4-3}=\boxed{16}$

۷

$a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$

$(a+\frac{1}{a}+\sqrt{2})^2(a+\frac{1}{a}-\sqrt{2})^2=2^t \qquad 2^2=2^t \quad \boxed{t=2}$

$(2-\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3} \qquad \left(\left(\frac{a+1}{a+\sqrt{2}}\right)\left(\frac{a+1}{a-\sqrt{2}}\right)\right)^2=2^2=4$

$a^2=\sqrt{7-4\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

$a=\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}=\sqrt{2-\sqrt{3}} \qquad \frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2+\sqrt{3}} \ \Big|\ a+\frac{1}{a}=\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$

۸

$\sqrt[3]{16}\ \Big|\ 16=2^4 \quad \sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=2^{\frac{4}{3}}$

$4\times\sqrt[3]{16}=4\times2^{\frac{4}{3}}=2^2\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{10}{3}} \quad \sqrt[5]{4\times\sqrt[3]{16}}=\sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}}}=2^{\frac{10}{15}}=2^{\frac{2}{3}}$

$(\frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}}=2^{\frac{4}{3}} \quad 2^{\frac{2}{3}}\times2^{\frac{4}{3}}=2^{\frac{6}{3}}=2^2=4 \quad 2\times A=2\times4=8=2^3$

$(2\times A)^{-\frac{1}{3}}=(2^3)^{-\frac{1}{3}}=2^{-1}=\boxed{\frac{1}{2}}$

۹

$\sqrt[7]{a}=27\times a^{\frac{15}{7}} \quad a^{\frac{1}{7}}=27\times a^{\frac{15}{7}} \Rightarrow \frac{a^{\frac{1}{7}}}{a^{\frac{15}{7}}}=27 \quad a^{\frac{(1-15)}{7}}=a^{-\frac{14}{7}}=a^{-2}$

$a^{-\frac{14}{7}}=27 \Rightarrow a^{\frac{14}{7}}=\frac{1}{27} \Rightarrow a^2=\frac{1}{27} \quad a=\frac{1}{3\sqrt{3}} \quad =3(2-\sqrt{3})=\boxed{6-3\sqrt{3}}$

$\frac{1}{a}=3\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{a}-3=3\sqrt{3}-3=3(\sqrt{3}-1)$

$\frac{\frac{1}{a}-3}{1+\sqrt{3}}=\frac{3(\sqrt{3}-1)}{1+\sqrt{3}}=3\times\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=3\times\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2}=3\times\frac{3-2\sqrt{3}+1}{2}=3\times\frac{4-2\sqrt{3}}{2}$

۱۰

$\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2 \qquad (\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4})(\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4})=(x+a)-(x-4)$

$\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2 \qquad =a+4$

چون $\sqrt{x+a}-\sqrt{x-4}=2$

پس $\sqrt{x+a}+\sqrt{x-4}-2=\frac{a+4}{2}-2=\boxed{\frac{a}{2}}$

اگر a را ۴ فرض کنیم جواب ۲ می‌شود