Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

نام و نام خانوادگی ......علی جمشیدیان.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۱.. کلاس ......پسر-A.......

۱

$$(1!+3!+5!+\cdots+25!)(2!+4!+6!+\cdots 26!)$$ ← فاکتوریل هایی که در خود عامل ۲ و ۵ دارند حتما با «۰» تمام می‌شوند ⇐

یکان = ۰ + «۱! + ۳!» یکان $= 0+(1+6)=7$

یکان = ۰ + «۲! + ۴!» یکان $= 0+(2+4)=6$

یکان نهایی $= 7\times 6 = 4\boxed{2}$

۲

الف) $\sqrt[4]{\left(4+\sqrt{7}\right)^{-1}}\ \sqrt{1+\sqrt{7}} = \sqrt[4]{(4+\sqrt7)^{-1}\times 2(4+\sqrt7)} = \sqrt[4]{2\times\frac{4+\sqrt7}{4+\sqrt7}} = \sqrt[4]{2}$

$A^2=(3-\sqrt5)+(3+\sqrt5)-2\sqrt{9-5}=6-4=2 \Rightarrow \sqrt{A}=-\sqrt{2}$

ب) $\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+2}\right)\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right) = \frac{1}{\sqrt2}\times(-\sqrt2) = \boxed{-1}$

$\frac{\sqrt2+\sqrt5}{\sqrt2(\sqrt5+\sqrt2)} = \frac{1}{\sqrt2}$

۳

الف) $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}}-2\left(\cancel{\sqrt[4]{9}}^{\sqrt3}-1\right)^{-1} = (\sqrt2+\sqrt3) - \frac{2}{\sqrt3-1} = \sqrt2+\sqrt3-\sqrt3-1 = \boxed{\sqrt2-1}$

$\frac{10\sqrt2+2\sqrt{12}+15\sqrt3+3\sqrt{18}}{19} = \frac{19\sqrt2+19\sqrt3}{19} = \sqrt2+\sqrt3$

ب) $\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{-1} = (\sqrt3-1)+\left(\frac{1}{2-\sqrt3}\times\frac{2+\sqrt3}{2+\sqrt3}\right) = \sqrt3-1+2+\sqrt3 = \boxed{1+2\sqrt3}$

$\frac{(3\sqrt3-1)(4-\sqrt3)}{16-3} = \frac{13\sqrt3-13}{13} = \sqrt3-1$

۴

الف) $\frac{\underbrace{\left(\sqrt{1+\sqrt{3}}+\sqrt{\sqrt{3}-1}\right)}_{A}}{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}-2$; $A \rightarrow A^2=(1+\sqrt3)+(\sqrt3-1)+2\sqrt{(1+\sqrt3)(\sqrt3-1)} = 2\sqrt3+2\sqrt2 = 2(\sqrt3+\sqrt2)$

$= \frac{\sqrt{2(\sqrt2+\sqrt3)}}{\sqrt{\sqrt3-\sqrt2}} - 2 = \sqrt{2(\sqrt3+\sqrt2)^2} - 2 = \sqrt2(\sqrt3+\sqrt2)-2 = \sqrt6+2-2 = \boxed{\sqrt6}$

ب) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^8}}\times\sqrt[4]{162}\times\sqrt{4\sqrt[6]{2}} = 2^{\frac{8}{12}}\times 162^{\frac14}\times 4^{\frac12}\times 2^{\frac1{12}} = 2^{\frac{8}{12}}\times162^{\frac{3}{12}}\times4^{\frac{6}{12}}\times2^{\frac{1}{12}} = 2^{\frac{8}{12}}\times2^{\frac{3}{12}}\times3^{\frac{12}{12}}\times2^{\frac{12}{12}}\times2^{\frac{1}{12}}$

$= 2^{\cancel{\frac{24}{12}}^{2}}\times 3 = \boxed{12}$

۵

$$= \frac{3^{x}\left(1+3^1+3^2+3^3+3^4+3^5\right)=1+3+9+27+81+243}{2^{x-2}\left(1+2^1+2^2+2^3+2^4+2^5\right)=1+2+4+8+16+32} = \frac{\cancel{364}^{52}\times 3^{x}}{\cancel{63}^{9}\times 2^{x-2}} = \frac{52}{9}\times\frac{3^x}{2^{x-2}} = 52$$

تقسیم بر ۵۲ ↓

$\frac19\times\frac{3^x}{2^{x-2}} = 1$

⇓

$\frac{3^x}{9} = 2^{x-2} \xleftarrow{3^2=9} 3^{x-2} = 2^{x-2} \xleftarrow{\text{تنها وقتی توان = ۰}} x=2 \leftarrow x-2=0$

Produced with a Trial Version of PDF Annotator - www.PDFAnnotator.com

$b=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}+۲}$ و $a=\sqrt[۴]{\sqrt{۶}-۲} \to (a+b)^۴(a-b)^۴=(a^۲-b^۲)^۴=\left(\sqrt{\sqrt{۶}-۲}-\sqrt{\sqrt{۶}+۲}\right)^۴=(۲\sqrt{۶}-۲\sqrt{۲})^۲=۳۲-۱۶\sqrt{۳}$ $\underbrace{\left(a^۲+b^۲-۲ab\right)}_{(a-b)^۲}{}^۲\underbrace{\left(a^۲+b^۲+۲ab\right)}_{(a+b)^۲}{}^۲=t\left(۲-\sqrt{۳}\right)$ $\quad =۱۶(۲-\sqrt{۳})$ $\to ۱۶(۲-\sqrt{۳})=t(۲-\sqrt{۳}) \Rightarrow \boxed{t=۱۶}$	۶
$a=\sqrt[۴]{۷-۴\sqrt{۳}}=\sqrt[۴]{(۲-\sqrt{۳})^۲}=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$ $\xrightarrow{\text{if } Y=a+\frac{1}{a}}(Y+\sqrt{۲})^۲(Y-\sqrt{۲})^۲=(Y^۲-۲)^۲ \to Y^۲=a^۲+\frac{1}{a^۲}+۲ \xrightarrow{a=\sqrt{۲-\sqrt{۳}}} ۲-\sqrt{۳}+۲+\sqrt{۳}+۲=۶$ $\to (۶-۲)^۲=۴^۲=۱۶ \to ۲^t=۱۶ \Rightarrow \boxed{t=۴}$	۷
$A=\underbrace{۴^{\frac{۱}{۵}}\times ۱۶^{\frac{۱}{۸}}}_{۲^{\frac{۲}{۳}}}\times ۲^{\frac{۴}{۳}} \longrightarrow A=۲^{\frac{۲}{۳}}\times ۲^{\frac{۴}{۳}}=۲^{\frac{۶}{۳}}=۴ \Rightarrow (۲A)^{-\frac{۱}{۳}}=۲^{-\frac{۳}{۳}}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$	۸
$\sqrt[۷]{a}=۲۷\times a^{\frac{۱۵}{۷}} \quad a^{\frac{۱}{۷}}=۲۷\times a^{\frac{۱۵}{۷}} \xrightarrow{\div a^{\frac{۱۵}{۷}}} a^{-\frac{۱۴}{۷}}=۲۷ \Rightarrow \frac{۱}{a^۲}=۲۷ \to \frac{۱}{a}=\sqrt{۲۷}=۳\sqrt{۳}$ $\frac{\left(\frac{۱}{a}-۳\right)}{۱+\sqrt{۳}}=\frac{۳\sqrt{۳}-۳}{۱+\sqrt{۳}}\times\frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}}=\frac{۳\sqrt{۳}-۳-۹+۳\sqrt{۳}}{\cancel{۱-۳}\ -۲}=\frac{-۱۲+۶\sqrt{۳}}{-۲}=۶-۳\sqrt{۳}=\boxed{۳(۲-\sqrt{۳})}$	۹
$Y=\sqrt{x+a}+\sqrt{x-۴} \longrightarrow (\sqrt{x+a}-\sqrt{x-۴})Y=۲Y=(x+a)-(x-۴)=a+۴=۲Y \to Y=\frac{a+۴}{۲}$ $Y-۲=\frac{a+۴}{۲}-۲=\boxed{\frac{a}{۲}}$	۱۰