آزمون ارزشی دوم گزینه ۸ — تکلیف ۲۲

۱۸,۵

(۱) (۲)

$x^2 - 5x + 2 = 0$ $\qquad \alpha\beta = \frac{c}{a} = 2$ (I) $\qquad \alpha = \frac{2}{\beta}$

$\frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} \xrightarrow{\text{(I) طبق}} \frac{4\alpha + \beta^5}{5\beta^2} = \frac{4(\frac{2}{\beta}) + \beta^5}{5\beta^2} = \frac{8}{5}\left(\frac{1}{\beta^3}\right) + \frac{1}{5}(\beta^3) = \frac{1}{5}\left(\frac{8}{\beta^3} + \frac{\beta^3}{1}\right)$

از طرفی $\alpha^3 = \left(\frac{2}{\beta}\right)^3 = \frac{8}{\beta^3}$ می‌گذاریم

از $\frac{8}{\beta^3} = \left(\frac{2}{\beta}\right)^3 = \alpha^3$ پس $\Rightarrow$

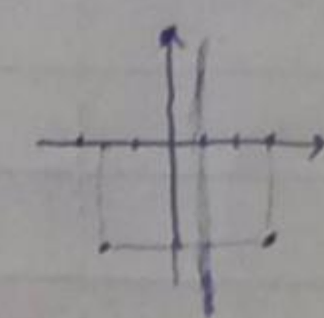
از $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 5$ مجموع $\Rightarrow$ $\frac{1}{5}(\alpha^3 + \beta^3) = \frac{1}{5}\left((\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)\right)$ (5, 2, 5)

$\Rightarrow \frac{1}{5}\left[(5)^3 - 3\times 2(5)\right] = 5^2 - 6 = 19$ ✓

---

(۲) براساس مختصات نقاط داده شده می‌توان x رأس سهمی را پیدا کرد: (۲)

$\left(-\frac{3}{2}, -4\right)$ و $(3, -4)$



x رأس $= \frac{-b}{2a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$

مجموع صفرهای تابع $= 2 \times x_{\text{رأس}} = 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$ ✓

---

(۳) (۲)

$x^2 + 2kx + 5 = 0$ $\qquad \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -2k \\ \alpha - \beta = \frac{4}{3}k \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{-k}{3}, \quad \beta = \frac{-5}{3}k$

$\alpha.\beta = \frac{c}{a} = \frac{-k}{3} \times \frac{-5}{3}k = \frac{5}{1} \qquad \frac{k^2}{9} = 1 \Rightarrow k^2 = 9 \qquad \left[\frac{k^2}{2}\right] = [4.5] = 4$ ✓

---

(۴) (۲)

$A(3, y)$, $B(-5, y)$ $\xrightarrow{\text{x رأس سهمی}} x = -1$ $\qquad$ رأس سهمی $(-1, 1)$ ← $\frac{-b}{2a}$, $\frac{-\Delta}{4a}$

(I) $\frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a$, $b^2 - 4ac = -4a$ (II)

$y = ax^2 + 2ax - \frac{a}{2}$ سهمی (III)

$\alpha^2 + \beta^2 = 5 \Rightarrow (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = 5$

$S^2 - 2P = 5$

$\left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = 5 \xrightarrow{\text{(I) رابطه}} (-2)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = 5 \rightarrow 2\frac{c}{a} = -1 \qquad c = \frac{-a}{2}$

$\Delta = b^2 - 4ac = -4a \rightarrow 4a^2 - 4a\left(\frac{a}{2}\right) = -4a$ $\qquad$ در رابطه

$2a^2 = -4a \qquad a = \frac{-2}{3}$ ✓ (III) $\xrightarrow{x_0}$ $y = \frac{1}{3}$ ✓

$y = \frac{1}{3} \quad a = \frac{-2}{3} \Leftarrow y = -\frac{a}{2} \Leftarrow\!\Leftarrow$ از رابطه (II) $y = ax_0^2 + 2ax_0 - \frac{a}{2}$ ؛ می‌گذاریم $x = x_0$ در رابطه (III) به جای

* توضیح

گزینه‌ی (۱) صحیح است.

(۵)

$-x^{2} + ۵x + m = ۰$ $\quad \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵+۴m}}{-۲} < \frac{۹}{۲}$ $\quad -۵ \pm \sqrt{۲۵+۴m} < ۹$

۲

$\Rightarrow ۵ \pm \sqrt{۲۵+۴m} < ۹$ $\quad ۲۵ + ۴m < ۱۶ \Rightarrow m < \frac{-۹}{۴}$ (I)

$\Delta > ۰$ $\quad ۲۵ + ۴m > ۰$ $\quad ۴m > -۲۵$ $\quad m > -\frac{۲۵}{۴}$ (II)

چون دو ریشه دارد

اشتراک (I)(II) داریم :

$m = -۳, -۴, -۵, -۶$ ✓

---

(۶) از کمترین مقدار تابع ، باید $m<۰$ باشد

۲

$y = mx^{2} - ۱۲x + ۵m - ۱$ $\quad y_{\text{رأس}} = \frac{-\Delta}{۴a} = ۲$

$\Delta = b^{2} - ۴ac = ۱۴۴ - ۴m(۵m-۱) = ۱۴۴ - ۲۰m^{2} + ۴m \Rightarrow$

$y = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{-۱۴۴ + ۲۰m^{2} - ۴m}{۴m} = ۲$ $\quad ۲۰m^{2} - ۱۲m - ۱۴۴ = ۰$

$(m' - ۶۰)(m' + ۴۸) = ۰$

$m'_1 = ۶۰ \xrightarrow{\div ۲۰} m_1 = ۳$

$m'_2 = -۴۸ \xrightarrow{\div ۲۰} m_2 = -۲/۴$ غ ق

$x = \frac{۱۲}{۲m} \xrightarrow{m=۳} x = \frac{۱۲}{۲\times۳} = ۲$

محور تقارن سهمی $x = ۲$ ✓

---

(۷) ۲

$x^{2} + ۲(a+۱)x + ۲a - ۱ = ۰$ $\quad$ دنباله هندسی : $a^{2} = \alpha . \beta$ $\quad \alpha . \beta = \frac{c}{a} = \frac{۲a-۱}{۱}$

$۲a - ۱ = a^{2} \rightarrow a^{2} - ۲a + ۱ = ۰$ $\quad (a-۱)^{2} = ۰ \Rightarrow a = ۱$ ✓

---

(۸) ۱,۷۵

$x^{4} - ۷x^{2} - ۵ = ۰$ $\quad ۲p^{2} - Sp + ۲S = ?$

$x^{2} = t \Rightarrow t^{2} - ۷t - ۵ = ۰$ $\quad t = \frac{+۷ \pm \sqrt{۴۹+۲۰}}{۲} \Rightarrow t_2 < ۰$ غ ق

$t_1 = \frac{۷ + \sqrt{۶۹}}{۲} = x^{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$

$P = x_1 . x_2 = -\left(\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)$

$S = x_1 + x_2 = ۰$

$۲p^{2} - Sp + ۲S \Rightarrow ۲p^{2} = ۲\left(\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right) = \frac{۱}{۲}(۷+\sqrt{۶۹})^{2} = (۵۹ + ۷\sqrt{۶۹})$ ✓

مهندس مطهر

(۹)

$y = kx^2 - 4x - 6$ $\qquad x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2k} = \frac{2}{k}$ $\qquad y_{\text{رأس}} = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$y = -4x - 4 \longrightarrow y = -4(x+1) \longrightarrow y = -4\left(\frac{2}{k} + 1\right)$ (I)

$y_{\text{رأس}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-24k - 16}{4k} = -\frac{6k + 4}{k} = -1 - \frac{4}{k} = -\left(1 + \frac{4}{k}\right)$ (II)

۱

از برابری (I) و (II) داریم:

$-4\left(\frac{2}{k} + 1\right) = -\left(1 + \frac{4}{k}\right)$

$\frac{8}{k} + 4 = 1 + \frac{4}{k}$ $\qquad \frac{4}{k} = -3$ $\qquad k = -\frac{4}{3}$

$y_{\text{رأس}} = -\left(1 + \frac{4}{k}\right) = -\left(1 + \frac{4 \times 3}{4}\right) = +2$

$\boxed{y = 2}$

---

(۱۰)

۱/۷۵

$y = -mx^2 + mx + 1$ $\qquad -mx^2 + mx + 1 = -m - x$

$y = -m - x$ $\qquad -mx^2 + (m+1)x + m + 1 = 0$

نقطه مشترک ندارند یعنی $\Delta < 0$ پس:

$b^2 - 4ac < 0$

$(m+1)^2 + 4m(m+1) < 0$ $\qquad 5m^2 + 6m + 1 < 0$

$(5m + 1)(m + 1) < 0 \Rightarrow$

$-1 \qquad -\frac{1}{5}$

$+ \quad | \quad - \quad | \quad +$ $\Rightarrow$ $m \in (-1, -0.2)$ ✓ [redacted]

هیچ مقدار، صحیح!

[redacted]

$2 \qquad 144 = 0 \qquad 3 + \sqrt{9 + \ldots}$

$S(\alpha, \beta)$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{4}{2K} = \frac{2}{K} \\ \beta = K\alpha^2 - 4\alpha - 4 \xrightarrow{\star} \beta + 4\alpha + 4 = K\alpha^2 = K\left(\frac{4}{K^2}\right) \end{cases}$$

$\beta = -4\alpha - 4$

$\beta + 4\alpha = -4$ ★

$2 = \frac{4}{K} \rightarrow K = 2 \rightarrow \alpha = 1$

$\boxed{\beta = -8}$