۱۸

امیرحسین نجفیان

۱ $x^۲ - Sx + P$ $\alpha\beta = ۲$ $\alpha + \beta = +۵$ $۴\alpha = ۲۰ - ۴\beta$ ۲

$\beta^۵ = \beta^۲ \times \beta^۲ \times \beta = ۴۷۹\beta - ۲۱۰$ ($\beta^۲ = ۵\beta - ۲$)

$\frac{۴\alpha + \beta^۵}{۵\beta^۲} = \frac{۲۰ - ۴\beta + ۴۷۹\beta - ۲۱۰}{۲۵\beta - ۱۰} = ۱۹$ ✓

۲ چون هردو ۰ های یکسانی دارند پس محور تقارن تابع (رو وسط دوریشه) ۲

مجموع صفرهای تابع است $۰/۷۵ \times ۲ = ۱/۵$ ✓ $\frac{۳ - ۱/۵}{۲} = \frac{۱/۵}{۲} = ۰/۷۵$

۳ $\Delta = ۴k^۲ - ۲۰$ $\frac{-۲k + ۲\sqrt{k^۲ - ۵} + ۲k + ۲\sqrt{k^۲-۵}}{۲} = ۲\sqrt{k^۲-۵} = \frac{۴}{۳}k$ ۲

$k^۲ - ۵ = \frac{۴}{۹}k^۲ \rightarrow k^۲(\frac{۵}{۹}) = ۵ \rightarrow k^۲(\frac{۱}{۹}) = ۱ \rightarrow k^۲ = ۹$

$[\frac{۹}{۲}] = [۴/۵] = ۴$ ✓

۴ طول رأس سهمی $\frac{۳ + (-۵)}{۲} = -۱ \rightarrow \alpha + \beta = -۲$ ✓ $\rightarrow \underbrace{\alpha^۲ + \beta^۲}_{۵} + \underbrace{۲\alpha\beta}_{-۱} = ۴ \rightarrow \alpha\beta = -\frac{۱}{۲}$

$a(-۱)^۲ + b(-۱) + c = a + b + c = ۱$ ~~$c = ۳$~~ ۱

$a(۰)^۲ + b(۰) + c = c = y$

۶ $-\frac{b}{۲a} = \frac{۶}{m}$ $m(\frac{۶}{m})^۲ - ۱۲(\frac{۶}{m}) + ۵m - ۱ = ۲$ ۲

$-\frac{۳۶}{m} + ۵m = ۳$ $۵m^۲ - ۳m - ۳۶ = ۰$

Δ $۹ + ۷۲۰ = ۷۲۹$ $\frac{۳ \pm ۲۷}{۱۰} = ۳$ ✓ ، $-\frac{۱۲}{۵}$ چون گفته کمترین X ، $a > ۰$ و $m > ۰$

$x = \frac{۶}{m} = \frac{۶}{۳} = ۲$ ✓

۷ $\Delta = ۴a^۲ + ۸$ $\alpha = -a-۱-\sqrt{a^۲+۲}$ $\beta = -a-۱+\sqrt{a^۲+۲}$

$a^۲ = (-a-۱-\sqrt{a^۲+۲})(-a-۱+\sqrt{a^۲+۲}) = ۲a-۱$ (۲)

$a^۲ - ۲a + ۱ = ۰ \rightarrow (a-۱)(a-۱) = ۰ \rightarrow a = ۱$ ✓

۸ $x^۲ = t$ $t^۲ - ۷t - ۵ = ۰$ $\Delta = ۶۹$ پس باید مثبت باشد $t = x^۲$

$t = \frac{۷ \pm \sqrt{۶۹}}{۲}$ قرینه $\rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}}$ $S = ۰$ $P = -\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}$ (۲)

$۲P^۲ - ۳۵P + ۴S = ۲(\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}) = ۵۹ + ۷\sqrt{۶۹}$ ✓

۹ $-\frac{b}{۲a} = \frac{۲}{k}$ $k(\frac{۴}{k^۲}) - \frac{۸}{k} - ۶ = -\frac{۴}{k} - ۶$ رأس سهمی $= (۸-۱۶)$

$-\frac{۴}{k} - ۶ = -\frac{۸}{k} - ۴ \rightarrow \frac{۴}{k} = ۲ \rightarrow k = ۲$ ✓ (۲)

۱۰ $-mx^۲ + mx + ۱ = -m - x \rightarrow -mx^۲ + (m+۱)x + m + ۱ = ۰$

$m^۲ + ۲m + ۱ + ۴m^۲ + ۴m = ۵m^۲ + ۶m + ۱ = (۵m+۱)(m+۱)$ (۲)

$m = -\frac{۱}{۵}$ و $m = -۱$ $-۱ < m < -\frac{۱}{۵}$ نسبت ✓ تنها عدد صحیح

۱۱ $-(\frac{۹}{۲})^۲ + ۵(\frac{۹}{۲}) + m < ۰ \Rightarrow -\frac{۸۱}{۴} + \frac{۹۰}{۴} < -m$ $\frac{۹}{۴} < -m$

$\frac{-\frac{۹}{۴}}{- \mid +} \Rightarrow m = (-\infty, -\frac{۹}{۴})$ (۱)

$\Delta > ۰ \Rightarrow ۲۵ - ۴(-m) > ۰ \Rightarrow ۲۵ + ۴m > ۰ \Rightarrow ۴m > -۲۵ \Rightarrow m > -\frac{۲۵}{۴}$

$(-\frac{۲۵}{۴}, +\infty) \cap (-\infty, -\frac{۹}{۴}) = (-\frac{۸۱}{۴}, -\frac{۹}{۴}) \Rightarrow$ ۴ عدد صحیح

۴- A , B هم‌عرض‌اند: $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{x_A + x_B}{2}$

$x_S = -\frac{5+3}{2} = -1 = \frac{-b}{2a} \rightarrow S = -\frac{b}{a} = \boxed{-2}$

معادله سهمی ← $y - 1 = a(x-(-1))^2 \rightarrow y = ax^2 + 2ax + a + 1$

$\alpha^2 + \beta^2 = 5 \rightarrow S^2 - 2P = 5 \xrightarrow[P = \frac{a+1}{a}]{S = -2} (-2)^2 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 5 \rightarrow a = \frac{-2}{3}$

عرض از مبدأ $= a + 1 = \frac{1}{3}$

۵- $x = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \frac{-5 \mp \sqrt{25 + 4m}}{-2} < \frac{9}{2} \rightarrow \mp\sqrt{25 + 4m} < 4$

$0 \leq 25 + 4m < 16 \rightarrow -6{,}25 \leq m < -2{,}25 \rightarrow m \in \{-3, -4, -5, -6\}$

۴ مقدار