

$$\alpha\beta = \frac{\gamma}{1} = 2, \quad \alpha + \beta = \frac{-(-5)}{1} = 5 \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{f\alpha + \beta^5}{5\beta^2} \rightarrow \frac{f\alpha + \beta^5}{5\beta^2} \times \frac{\beta}{\beta} = \frac{f\alpha\beta + \beta^6}{5\beta^3} = \frac{f\alpha\gamma + \beta^6}{\beta^3} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{\gamma}{\beta^3} + \beta^3 \right) = \frac{1}{5} (\alpha^3 + \beta^3) = \frac{1}{5} (s^3 - 3sp) = \left[\frac{1}{5} (5^3 - 3 \cdot 5) \right] = \frac{95}{5} = 19$$

$$\alpha\beta = 2 \Rightarrow a = \frac{\gamma}{\beta} \Rightarrow \alpha^3 = \frac{\gamma}{\beta^2}$$

(۲) تابع به ازای $x = -1.5$ و $x = 3$ مقدار یکسانی بهای در دو رافع این دو نقطه عرض یکسانی دارند بنابراین از محور تقارن سهمی یعنی خط $x = \frac{-b}{2a}$ به یک فاصله هستند پس میانگین آنها $\frac{-b}{2a}$ است.

$$\frac{3 - 1.5}{2} = \frac{-b}{2a} \quad \text{جمع رافع} = \frac{-b}{a} = \frac{-b}{2a} \times 2 = \frac{3 - 1.5}{2} \times 2 = 1.5$$

$$x^2 + 2kx + 5 = 0 \quad \text{--- (۳)}$$

$$\text{اختلاف رافع} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4k^2 - 20}}{1} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \frac{\sqrt{4k^2 - 20}}{1} = \frac{4}{3}k \Rightarrow 2k = 3\sqrt{k^2 - 5}$$

$$\Rightarrow 4k^2 = 9k^2 - 45 \Rightarrow 5k^2 - 45 = 0 \Rightarrow 5(k^2 - 9) = 0 \Rightarrow k < \begin{matrix} -3 \\ +3 \end{matrix}$$

$k = -3$ عبارت $\frac{4}{3}k$ را منفی می کند در صورتیکه $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ مثبت است. پس k نمی تواند -3 باشد.

$$\left[\frac{k^2}{2} \right] = \left[\frac{9}{2} \right] = 4$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{3-5}{2} = -1 \Rightarrow \frac{-b}{a} = 2x - 1 = -2 \quad \text{--- (۴)}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 5 \Rightarrow s^2 - 2p = 5 \Rightarrow (-2)^2 - 2p = 5$$

$$y = ax^2 + bx + c \left\{ \begin{array}{l} a(-1)^2 + b(-1) + c = a + b + c = 1 \\ a(0)^2 + b(0) + c = y \Rightarrow c = y \end{array} \right. \Rightarrow y = c = 1 - b - a = 1 - (-2) = 3 \quad \text{--- (۳)}$$

(5) - فرض می‌کنیم ریشه‌های معادله α و β و جدول تغییر علامت آن به این ترتیب است:

چون $\frac{9}{4}$ از حد درجه بزرگتر است، پس y به ازای $x = \frac{9}{4}$ منفی است.

$\alpha < 0$

$$-\left(\frac{9}{4}\right)^2 + 5\left(\frac{9}{4}\right) + m < 0 \Rightarrow -\frac{81}{4} + \frac{45}{2} < -m \Rightarrow \frac{9}{4} < -m \quad \left. \begin{array}{l} -\frac{9}{4} \\ -1+ \end{array} \right\} \Rightarrow m = \left(-\infty, -\frac{9}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} + m < 0$$

از طرفی حد درجه ممکن است از $\frac{9}{4}$ بزرگتر باشد که چون $-\frac{b}{2a} = -\frac{5}{-2} = \frac{5}{2}$ از $\frac{9}{4}$ کمتر است، این اتفاق نمی‌افتد.
پس حالا شرط $\Delta > 0$ را بررسی می‌کنیم:

$$-\Delta > 0 \Rightarrow 25 - 4(-m) > 0 \Rightarrow 25 + 4m > 0 \Rightarrow 4m > -25 \quad m > -\frac{25}{4}$$

$$m = \left(-\frac{25}{4}, +\infty\right) \cap \left(-\infty, -\frac{9}{4}\right) = \left(-\frac{25}{4}, -\frac{9}{4}\right) = \boxed{\left(-6.25, -2.25\right)}$$

شکل 1 عدد صحیح است.

$$y = mx^2 - 12x + 5m - 1 \Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow \frac{-(144 - 4(m)(5m - 1))}{4m} = 2 \quad (6)$$

$$\Rightarrow \frac{-144 + 20m^2 - 4m}{4m} = 2 \Rightarrow \cancel{4} (5m^2 - m - 36) = 2 \Rightarrow 5m^2 - 2m - 36 = 0$$

$$m^2 - 2m - 18 = 0$$

$$y = 2x^2 - 12x + 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} (m-18)(m+12) = 0 \\ \Rightarrow m < 3 \checkmark \\ -\frac{12}{2} \times \rightarrow \text{چون } m \text{ باید مثبت باشد چون تابع } \min \text{ دارد} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{12}{2} = 2 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

$$x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0 \quad \alpha\beta = a^2, \quad \alpha\beta = \frac{2a-1}{1} \quad (7)$$

$$a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

(8) - چون $\frac{c}{a}$ عبارت منفی است در مقدار مثبت و منفی به ازای x می‌دهد که حداکثر مقدار مثبت قابل قبول است.

$$x^2 - 7x^2 - 5 = 0$$

$$\Delta = 49 + 20 = 69 \Rightarrow \frac{7 + \sqrt{69}}{2} = x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{7 + \sqrt{69}}{2}} \Rightarrow \text{چون ریشه‌ها فرجه اند پس } \Delta \text{ منفی است.}$$

$$2p^2 - 3sp + 2s = 2p^2 - 0 + 0 = 2\left(\frac{-7 - \sqrt{69}}{2}\right)^2 = \frac{49 + 49 + 14\sqrt{69}}{2} = \boxed{59 + 7\sqrt{69}}$$

$$y = kx^r - rx - r, y = -rx - r \quad \left\{ \begin{array}{l} y = kx^r - rx - r \\ y = -rx - r \end{array} \right. \Rightarrow \frac{-b}{ra} = \frac{r}{rk} = \frac{r}{k} \quad \text{--- (9)}$$

$$kx^r - rx - r = -rx - r \Rightarrow k = r$$

$$y = rx^r - rx - r \Rightarrow \frac{-\Delta}{ra} = -\frac{1r - r(-1r)}{1} = \text{--- (10)}$$

$$y = -mx^r + mx + 1, y = -m - x \Rightarrow -mx^r + mx + 1 = -m - x \quad \text{--- (10)}$$

$$\Rightarrow mx^r - (m+1)x - m - 1 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow (-m-1)^r - 4(m)(-m-1) < 0$$

$$\Rightarrow m^r + 2m + 1 + 4m^r + 4m < 0 \Rightarrow 5m^r + 6m + 1 < 0 \Rightarrow m^r + 4m + 1 = 0$$

محل جذر $m = (-1, -\frac{1}{4})$ صحیح نیست.

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \quad -\frac{1}{4} \\ + \quad - \quad + \end{array} \right\} \Rightarrow (m+1)(m+\frac{1}{4}) = 0$$

$$\Rightarrow m < -\frac{1}{4}$$