پاسخنامه

۱-

$\alpha\beta = 2 \longrightarrow \alpha = \frac{2}{\beta}$

$\alpha + \beta = 5$

$$\frac{4\alpha}{5\beta^2} + \frac{\beta^5}{5\beta^2} = \frac{4\times\frac{2}{\beta}}{5\beta^2} + \frac{\beta^3}{5} = \frac{8}{5\beta^3} + \frac{\beta^3}{5} \rightarrow \frac{1}{5}\left(\frac{8}{\beta^3} + \beta^3\right)$$

$$\frac{1}{5}(\alpha^3+\beta^3) = \frac{1}{5}\left((\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)\right) = \frac{1}{5}(5^3 - 3\times2\times5) = \frac{1}{5}\times 95 = \boxed{19}$$

۲-

$y = ax^2+bx+c$

$-4 = 9a+3b+c$

$-4 = 2/25a - 1/5b + c$

$\Big\}\ 9a+3b+c = 2/25a - 1/5b + c \longrightarrow 6/75a = -4/5b$

$6\frac{3}{4}a = -4\frac{1}{2}b \rightarrow \frac{27}{4}a = -\frac{9}{2}b$

$27a = -18b \longrightarrow -b = \frac{27}{18}a \longrightarrow -b = \frac{3}{2}a$

جمع ریشه‌ها $\rightarrow \frac{-b}{a} \rightarrow \frac{\frac{3}{2}a}{a} = \frac{3}{2}$

۳-

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{4}{3}k \longrightarrow \frac{\sqrt{4k^2-20}}{1} = \frac{4}{3}k \longrightarrow 4k^2-20 = \frac{16}{9}k^2$$

$\frac{20}{9}k^2 = 20 \longrightarrow \frac{1}{9}k^2 = 1 \longrightarrow k^2 = 9 \longrightarrow k = \pm 3$

$\left[\frac{k^2}{2}\right] = [4/5] = 4$

۴-

$y = ax^2+bx+c \rightsquigarrow c = 1$

$9a+3b+c = 25a-5b+c \longrightarrow 8b = 16a \longrightarrow b = 2a$

$\alpha+\beta \longrightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-2a}{a} = -2$

$(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta = 5 \longrightarrow 4 - 2\alpha\beta = 5 \longrightarrow -2\alpha\beta = 1 \longrightarrow \alpha\beta = -\frac{1}{2}$

$\frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \longrightarrow c = -\frac{1}{2}a$

$\frac{-\Delta}{4a} = 1 \longrightarrow 4ac - b^2 = 4a$

$4a\times(-\frac{1}{2}a) - 4a^2 = 4a \longrightarrow -2a^2 - 4a^2 = 4a \longrightarrow -6a^2 = 4a$

$-3a = 2 \longrightarrow a = -\frac{2}{3}$

$b = -\frac{4}{3}$

$\boxed{c = \frac{1}{3}}$

۵-

ریشه بزرگتر: $\frac{-5-\sqrt{25+4m}}{-2} < \frac{9}{2} \longrightarrow 5+\sqrt{25+4m} < 9 \longrightarrow \sqrt{25+4m} < 4$

$25+4m < 16$

$4m < -9$

$m < -\frac{9}{4}$

$\Delta > 0 \longrightarrow 25+4m > 0 \longrightarrow 4m > -25$

$m > -\frac{25}{4}$

$-\frac{25}{4} < m < -\frac{9}{4} \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} \boxed{-6, -5, -4, -3}$ ۴ مقدار

۶-

کمترین $\rightarrow m > ۰$

$$\frac{-\Delta}{۴a} = ۲ \rightarrow ۴ac - b^۲ = ۸a \rightarrow ۴(۵m^۲ - m) - ۱۴۴ = ۸m$$

$$۲۰m^۲ - ۱۲m - ۱۴۴ = ۰$$

$$\frac{۱۲ \pm \sqrt{۱۴۴ - ۴(-۲۸۸۰)}}{۴۰} = ۳ \text{ و } \underbrace{-\frac{۱۲}{۵}}_{\text{غیر قابل قبول}} \longrightarrow m = ۳$$

$$\frac{-b}{۲a} \rightarrow \frac{۱۲}{۶} = ۲$$

۷-

$$a^۲ = \alpha\beta \rightarrow a^۲ = \frac{c}{a} \rightarrow a^۲ = \frac{۲a - ۱}{۱} \rightarrow a^۲ - ۲a + ۱ = ۰$$

$$(a-۱)^۲ = ۰$$

$$\boxed{a = ۱}$$

۸-

$$x^۲ \rightarrow t$$

$$t^۲ - ۷t - ۵ = ۰$$

$$S = ۷$$

$$P = -۵$$

$$۲ \times ۲۵ - ۳ \times (-۳۵) + ۲ \times ۷$$

$$۵۰ + ۱۰۵ + ۱۴ = \boxed{۱۶۹}$$

۹-

$$\frac{-b}{۲a} \rightarrow \frac{۴}{۲k} \text{ طول راس}$$

$$\frac{-\Delta}{۴a} \rightarrow \frac{-۶k - ۴}{k} \text{ عرض راس}$$

$$\frac{-۶k-۴}{k} = -۴ \times \cancel{\frac{۴}{۲k}}^{\frac{-۸}{k}} - ۴ \rightarrow -۶k - ۴ = -۸ - ۴k$$

$$۴ = ۲k \rightarrow k = ۲$$

$$\rightarrow \frac{-۶ \times ۲ - ۴}{۲} = \frac{\overset{-۱۶}{-۱۲ - ۴}}{۲} = \boxed{-۸}$$

۱۰- شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود

$$-mx^۲ + mx + ۱ = -m - x$$

$$-mx^۲ + mx + x + m + ۱ = ۰$$

$$-mx^۲ + (m+۱)x + m + ۱ = ۰$$

$$\Delta < ۰ \longrightarrow m^۲ + ۲m + ۱ - ۴(-m^۲ - m) < ۰$$

$$m^۲ + ۲m + ۱ + ۴m^۲ + ۴m < ۰$$

$$۵m^۲ + ۶m + ۱ < ۰$$

$$m^۲ + ۶m + ۵ < ۰ \longrightarrow \underbrace{(m + ۱)}_{\boxed{\frac{-۱}{۵}}}\underbrace{(m + ۵)}_{\frac{-۵}{۵} = \boxed{-۱}} < ۰$$

	-۱		$-\frac{۱}{۵}$	
$+$		$-$		$+$

$$-۱ < m < -\frac{۱}{۵}$$