نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \longrightarrow b = 2a \\ -\frac{\Delta}{4a} = 9 \longrightarrow \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-4a^2+4ac}{4a} = c-a = 9 \longrightarrow c = a+9 \end{cases}$$

$$(2,1) \longrightarrow a(2)^2 + 2(2a) + a + 9 = 1 \longrightarrow 14a = -8 \longrightarrow a = -0/5$$

$$\longrightarrow b = 2(-\tfrac{1}{2}) = -1 \;,\; c = 9 - 0/5 = 1/5$$

$$y = -x^2 - 2x + 17 \longleftrightarrow y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1/5$$

پاسخ

۲

$$2x^2 + mx + m + 9 = 0 \longrightarrow 1)\ \Delta > 0 \longrightarrow m^2 - 8m - 64 > 0$$

$$\longrightarrow (m-12)(m+4) > 0 \longrightarrow \begin{array}{c} \quad -4 \quad\quad 12 \\ + \;\; \phi \;\; - \;\; \phi \;\; + \end{array} \longrightarrow m \in (-\infty,-4) \cup (12,+\infty)$$

$$2)\ S > 0 \longrightarrow \frac{-m}{2} > 0 \longrightarrow m < 0$$

$$3)\ P > 0 \longrightarrow \frac{m+9}{2} > 0 \longrightarrow m > -9$$

$$① \cap ② \cap ③ = m \in (-9,-4)$$

پاسخ

۳

$$\alpha+\beta = S \qquad \alpha\beta = P$$

$$S = \frac{1}{P} \longrightarrow -\frac{b}{a} = \frac{a}{c} \longrightarrow a^2 = -bc \longrightarrow 9 = -(2m-1)(2-m)$$

$$= -\left(4m - 2m^2 - 2 + m\right) = 2m^2 - 5m + 2 = 9 \longrightarrow 2m^2 - 5m - 7 = 0$$

روش دوم

$$\longrightarrow m^2 - 5m - 14 = 0 \longrightarrow (m-7)(m+2) = 0 \longrightarrow m = \begin{cases} \frac{7}{2} = 3/5 \\ -2 \end{cases} \quad \Delta < 0 \text{ غ‌ق‌ق}$$

پاسخ صحیح

۴

معادله: $x^2 - x - 4 = 0 \longleftarrow \alpha+\beta = S = 1 \;,\; \alpha\beta = P = -4$

$$S' = \left(\beta^2 + \frac{1}{\alpha}\right) + \left(\alpha^2 + \frac{1}{\beta}\right) = \frac{\alpha\beta^2+1}{\alpha} + \frac{\alpha^2\beta+1}{\beta} = \frac{\alpha\beta^2+\alpha^2\beta+\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{S + P(\alpha^2+\beta^2)}{P}$$

$$= \frac{S + P(S^2-2P)}{P} = \frac{1 + (-4)\left(1^2 - 2\times 1\times(-4)\right)}{-4} = \frac{-81}{-4} = 12/75$$

$$P' = \frac{\alpha\beta^2+1}{\alpha} \times \frac{\alpha^2\beta+1}{\beta} = \frac{(\alpha\beta)^2 + (\alpha\beta)(\alpha^2+\beta^2)+1}{\alpha\beta} = \frac{P^2 + P(S^2-2P)+1}{P} = \frac{16 + (-4)(9)+1}{-4} = \frac{-21}{-4} = 5/25$$

پاسخ صحیح

$$\longrightarrow 0 = x^2 - 12/75x - 5/25 \longrightarrow 4x - 51x - 221 = 0$$

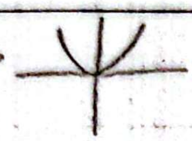
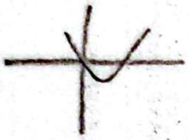
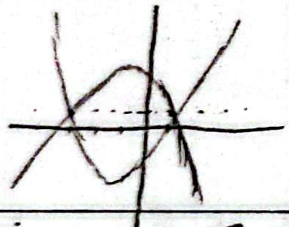
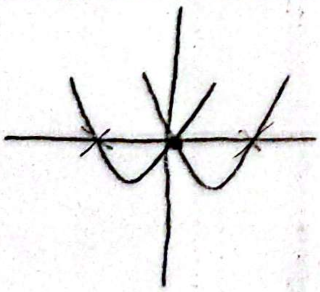
۵

$$\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1\right)\left(\sqrt[3]{x^2} - 1\right) = 2\sqrt{x} \longrightarrow \sqrt[3]{x^4} - \sqrt[3]{x^2} + 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \sqrt[3]{x^2} - 1$$

$$= \sqrt[3]{x^4} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} = 2\sqrt{x} \xrightarrow{\times \sqrt[3]{x^2}} \sqrt[3]{x^6} - 1 = 2\sqrt{x^3}$$

$$\longrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \longrightarrow S = 2$$

پاسخ صحیح

ریشه‌های معادله $3x^2 - ax + 4 = 0$ برابر β و 3β هستند. $P = 3\beta \times \beta = 3\beta^2 = \frac{4}{3} \longrightarrow \beta^2 = \frac{4}{9} \longrightarrow \beta = \pm\frac{2}{3}$ $S = 3\beta + \beta = 4\beta = \frac{a}{3} \longrightarrow \beta = \frac{a}{12}$ ، $\frac{a}{12} = \frac{2}{3} \longrightarrow a = 8$ ، $\frac{a}{12} = -\frac{2}{3} \longrightarrow a = -8$ $\Delta a = \lvert 8 - (-8) \rvert = \boxed{16}$ پاسخ	۶
چون $x=0$ ریشه معادله است، پس سهمی از مبدأ می‌گذرد. حالت ۱:  $\longrightarrow$ $a > 0$ $\Delta = 0 \longrightarrow 4a^2 + 12a + 9 = 0 \longrightarrow a = -\frac{3}{2}$ غ ق ق $P = 0$ ✓ ، $S = 0 \longrightarrow -2a - 4 = 0 \longrightarrow a = -2$ غ ق ق حالت ۲:  $\longrightarrow$ $a > 0$ $\Delta > 0$ $P = 0$ $S > 0 \longrightarrow -2a - 4 > 0 \longrightarrow -2 > a$ غ ق ق پاسخ: به ازای هیچ مقدار	۷
$\frac{-a}{2} = \frac{2}{-2} \longrightarrow a = 2 \longrightarrow x^2 + 2x - 2 = 1 \longrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$ $\longrightarrow x = -3$ ، $x = 1$ طول نقاط تقاطع دو سهمی $-x^2 - 2x + b = 1 \longrightarrow -1 - 2 + b = 1 \longrightarrow b = 4 \longrightarrow ab = 2 \times 4 = \boxed{8}$ پاسخ  شکل: از آنجایی که دو سهمی در نقطه تقاطع دارند، پس رأس‌ها نیز هم‌عرض است.	۸
اگر ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر باشد، پس مجموع ریشه‌ها ۱ واحد اختلاف دارد: $\frac{a}{2} = \frac{-a}{2a} + 1 \longrightarrow a = -1 + 2 \longrightarrow a = 1$ $\alpha\beta = \frac{-6}{2} = -3$ ، $(\alpha + \frac{1}{2})(\beta + \frac{1}{2}) = \alpha\beta + \frac{1}{4} + (\alpha + \beta)\frac{1}{2} = -3 + \frac{1}{4} + \frac{-1}{4} = -3$ $-3 = \frac{b}{2} \longrightarrow b = -6 \longrightarrow \left[\frac{ab}{4}\right] = \left[\frac{1 \times -6}{4}\right] = \boxed{-2}$ پاسخ	۹
 ریشه مشترک $= t$ ریشه‌های غیرمشترک $= \alpha$ و β $S = \alpha + t = \frac{-b}{a} = \frac{-2}{1} = -2$ $S = \beta + t = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{1} = -6$ $(\alpha + t) - (\beta + t) = \boxed{\alpha - \beta = 4}$	۱۰