نام و نام خانوادگی ماهان سیف‌اللهی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ کلاس دهم پسر ۸ شنبه‌ها

۱

$x_{\text{راس}} = -\frac{b}{۲a} = -۱ \Rightarrow b = ۲a$

$a(-۱)^۲ + b(-۱) + c = ۹ \Rightarrow a - b + c = ۹ \Rightarrow a - ۲a + c = ۹ \Rightarrow c = ۹ + a$

$a(۳)^۲ + b(۳) + c \Rightarrow ۹a + ۳b + c = ۱ \Rightarrow ۹a + ۶a + (۹ + a)$

$\Rightarrow ۱۶a + ۹ = ۱ \Rightarrow ۱۶a = -۸ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۲}$ ، $b = ۲a \Rightarrow b = -۱$

$c = ۹ + a = ۹ - \frac{۱}{۲} = \frac{۱۷}{۲}$

$y = \boxed{-\frac{۱}{۲}x^۲ - x + \frac{۱۷}{۲}}$ یا $\boxed{y = -\frac{۱}{۲}(x+۱)^۲ + ۹}$

۲

$۲x^۲ + mx + m + ۶ = ۰ \Rightarrow \Delta > ۰ \Rightarrow m^۲ - ۴(۲)(m+۶) \Rightarrow m^۲ - ۸m - ۴۸ = ۰$

$m \begin{cases} \nearrow ۱۲ \\ \searrow -۴ \end{cases} \Rightarrow m < -۴$ یا $m > ۱۲$

$S > ۰ \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{m}{۲} > ۰ \Rightarrow m < ۰$

$P > ۰ \Rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{m+۶}{۲} > ۰ \Rightarrow m + ۶ > ۰ \Rightarrow m > -۶$

اشتراک هر دو $\Rightarrow \boxed{-۶ < m < -۴}$

۳

$۳x^۲ + (۲m - ۳)x + ۲ - m = ۰ \quad \alpha + \beta = -\frac{۲m - ۳}{۳} \quad \alpha\beta = \frac{۲ - m}{۳}$

$\alpha + \beta = \frac{۱}{\alpha\beta} \Rightarrow -\frac{۲m - ۳}{۳} = \frac{۱}{\frac{۲-m}{۳}} = \frac{۳}{۲-m} \Rightarrow -\frac{۲m-۳}{۳} = \frac{۳}{۲-m} \Rightarrow$

$-(۲m - ۳)(۲ - m) = ۹ \Rightarrow ۲m^۲ - ۷m + ۶ = ۹ \Rightarrow ۲m^۲ - ۷m - ۳ = ۰$

$m = \frac{۷ \pm \sqrt{۷۳}}{۴} \longrightarrow m = \frac{۷ + \sqrt{۷۳}}{۴}$ قابل قبول است

۴

$x = x^۲ - ۴ \Rightarrow x^۲ - x - ۴ = ۰ \quad x_۱ + x_۲ = ۱ \quad x_۱x_۲ = -۴$

$y_۱ = x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}$ ، $y_۲ = x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} \Rightarrow y_۱ + y_۲ = x_۱^۳ + x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲}$

$x_۱^۳ + x_۲^۳ = (x_۱ + x_۲)^۳ - ۳x_۱x_۲(x_۱ + x_۲) = ۱^۳ - ۳(-۴)(۱) = ۱۳$ ، $\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲}$

$= \frac{x_۱ + x_۲}{x_۱x_۲} = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow y_۱ + y_۲ = ۱۳ - \frac{۱}{۴} = \boxed{\frac{۵۱}{۴}}$ ، $y_۱y_۲ = \left(x_۱^۳ + \frac{۱}{x_۲}\right)\left(x_۲^۳ + \frac{۱}{x_۱}\right)$

$= x_۱^۳x_۲^۳ + \frac{x_۱^۳}{x_۱} + \frac{x_۲^۳}{x_۲} + \frac{۱}{x_۱x_۲} \Rightarrow (x_۱x_۲)^۳ +$ [redacted] $+ \frac{۱}{x_۱x_۲} = y_۱y_۲ = \boxed{-\frac{۲۲۱}{۴}}$

$x_۱^۲ + x_۲^۲$

$\boxed{y^۲ - \frac{۵۱}{۴}y - \frac{۲۲۱}{۴} = ۰}$ یا $\boxed{۴y^۲ - ۵۱y - ۲۲۱ = ۰}$

۵

$\left(\sqrt[۳]{x^۲} + \frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} + ۱\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱\right) = ۲\sqrt[۳]{x} \qquad \sqrt[۳]{x} = x$

$\left(\frac{\sqrt[۳]{x^۴} + ۱ + \sqrt[۳]{x^۲}}{\sqrt[۳]{x^۲}}\right)\left(\sqrt[۳]{x^۲} - ۱\right) = ۲\sqrt[۳]{x}$

$x^۲ - ۱ = ۲x \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱ = ۰ \qquad x_۱ + x_۲ = -\frac{b}{a} = \boxed{۲}$

۶	$۳x^۲ - ax + ۴ = ۰ \quad x_۲ = ۳x_۱ \quad x_۱ + x_۲ = \frac{a}{۳} \quad x_۱x_۲ = \frac{۴}{۳}$ $x_۱ + ۳x_۱ = ۴x_۱ = \frac{a}{۳} \Rightarrow a = ۱۲x_۱$ $x_۱ \cdot ۳x_۱ = ۳x_۱^۲ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow x_۱^۲ = \frac{۴}{۹} \Rightarrow x_۱ = \pm \frac{۲}{۳}$ $x_۱ = \frac{۲}{۳} \Rightarrow a = ۱۲ \times \frac{۲}{۳} = ۸$ اختلاف ۲ مقدار a = $\boxed{۱۶}$ $x_۱ = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow a = ۱۲ \times (-\frac{۲}{۳}) = -۸$
۷	$a > ۰ \Rightarrow$ نباید max داشته باشد $-\frac{b}{a} \geqslant ۰ \Rightarrow \frac{-۳-۲a}{a} \geqslant ۰ \Rightarrow -\frac{۳}{۲} \leqslant a < ۰$ در حالتی که $a=۰$ باشد تابع تبدیل به $y=-x$ می‌شود، باز هم از ناحیه‌ی سوم عبور نمی‌کند. به ازای دو مقدار صحیح a $\boxed{-۱٫۵ \leqslant a < ۰}$
۸	$y = x^۲ + ax - ۲ \Rightarrow -\frac{a}{۲} \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۲ = ۱ \Rightarrow x^۲ + ۲x - ۳ = ۰$ $\swarrow x_۱ = ۱ \quad \searrow x_۲ = -۳$ $y = -x^۲ - ۲x + b \Rightarrow -\frac{-۲}{-۲} = -۱$ $-x^۲ - ۲x + b = ۱ \Rightarrow -x^۲ - ۲x + b - ۱ = ۰ \Rightarrow -x^۲ - ۲x + (b-۱) = ۰$ $x^۲ + ۲x - b + ۱ = ۰ \rightarrow x_۱ + x_۲ = -۲ ✓ \quad x_۱x_۲ = -b+۱$ $a = ۲ \ , \ b = -۲ \Rightarrow ab = ۲ \times (-۲) = \boxed{-۴}$
۹	$x_۱ = y_۱ + \frac{۱}{۲} \quad ۲x^۲ - ax + b = ۰ \quad x_۱ + x_۱ = \frac{a}{۲} \ , \ x_۱x_۲ = \frac{b}{۲}$ $۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \quad y_۱ + y_۲ = -\frac{a}{۲a} = -\frac{۱}{۲} \ , \ y_۱y_۲ = -\frac{۶}{۲a} = -\frac{۳}{a}$ $x_۱ + x_۲ = (y_۱ + \frac{۱}{۲}) + (y_۲ + \frac{۱}{۲}) = y_۱ + y_۲ + ۱ \ , \ y_۱ + y_۲ = -\frac{۱}{۲} \ , \ x_۱ + x_۲ = \frac{a}{۲}$ $\frac{a}{۲} = -\frac{۱}{۲} + ۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{a = ۱} \quad x_۱x_۲ = (y_۱ + \frac{۱}{۲})(y_۲ + \frac{۱}{۲}) = y_۱y_۲ + \frac{۱}{۲}(y_۱ + y_۲) + \frac{۱}{۴}$ $y_۱ + y_۲ = -\frac{۱}{۲} \ , \ y_۱y_۲ = -\frac{۳}{a} = -۳ \Rightarrow x_۱x_۲ = -۳ + \frac{۱}{۲} \times (-\frac{۱}{۲}) + \frac{۱}{۴} = -۳ - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴} = -۳$ $x_۱x_۲ = \frac{b}{۲} \Rightarrow \frac{b}{۲} = -۳ \Rightarrow b = -۶ \quad \left[\frac{ab}{۴}\right] = \frac{۱ \times (-۶)}{۴} = -۱٫۵ \xrightarrow{\text{براکت}} \boxed{-۲}$
۱۰	$x^۲ + ۶x + m = ۰ \rightarrow a^۲ + ۶a + m = ۰ \Rightarrow m = -(a^۲ + ۶a)$ $x^۲ + ۲x - ۳m = ۰ \rightarrow a^۲ + ۲a - ۳m = ۰ \Rightarrow ۳m = a^۲ + ۲a \Rightarrow m = \frac{a^۲ + ۲a}{۳}$ $-(a^۲ + ۶a) = \frac{a^۲ + ۲a}{۳} \Rightarrow -۳(a^۲ + ۶a) = a^۲ + ۲a \Rightarrow -۴a^۲ - ۲۰a = ۰ \Rightarrow a(-۴a - ۲۰) = ۰$ $\Rightarrow \boxed{a = -۵} \quad m = -(a^۲ + ۶a) = -((-۵)^۲ + ۶(-۵)) = ۵ \Rightarrow \boxed{m = ۵}$ $x^۲ + ۶x + ۵ = ۰ \begin{cases} x_۱ = -۱ \ * \\ x_۲ = -۵ \end{cases} \quad x^۲ + ۲x - ۱۵ = ۰ \begin{cases} x_۱ = ۳ \ * \\ x_۲ = -۵ \end{cases}$ $۳ - (-۱) = \boxed{۴}$