آزمون تشریحی (۱) (۲)

الف) $y = ۲x^۲ - ۴x + ۱$

ext = min [illegible] ۲۰ $ext_x \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{۲a} = \frac{+۴}{۴} = ۱ \\ -\frac{\Delta}{۴a} = \frac{۴\times۲\times۱-۱۶}{۴\times۲} = -۱ \end{array} \right.$

$\overset{\text{min}}{ext} \left| \begin{array}{l} ۱ \\ -۱ \end{array} \right.$ ✓

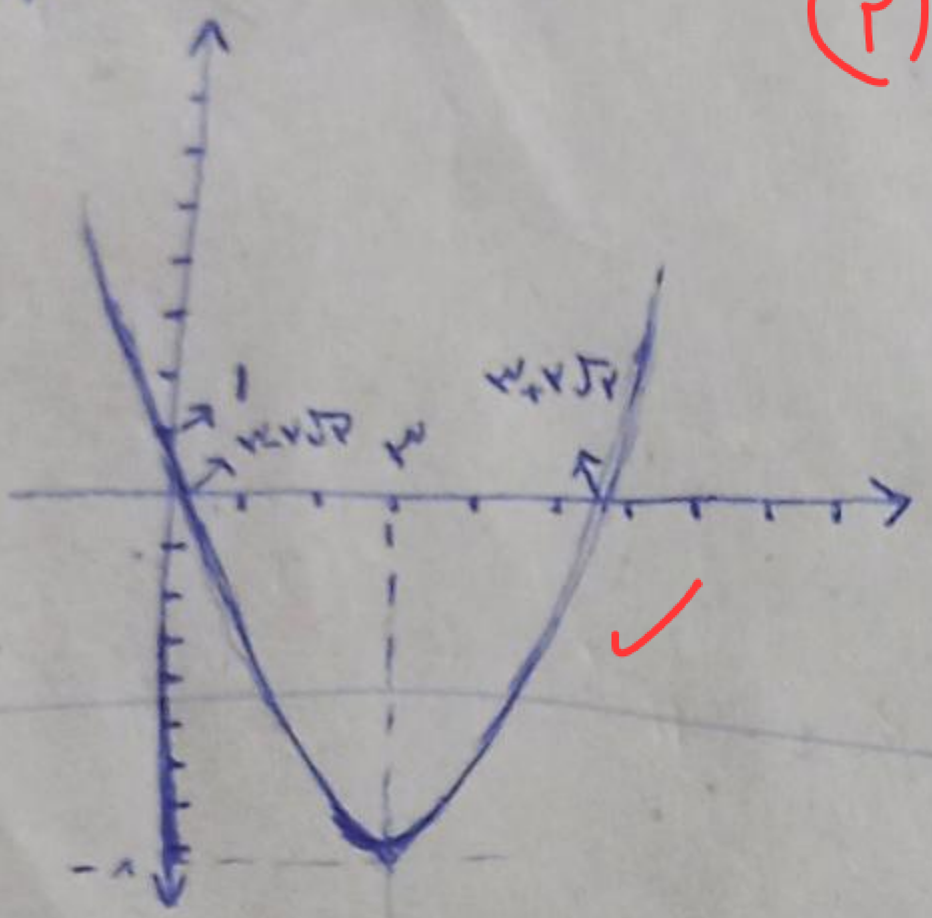
ب) $y = -۲x^۲ + ۳x - ۵$

ext = max [illegible] $\max \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{۲a} = \frac{-۳}{۲\times-۲} = \frac{۳}{۴} \\ -\frac{\Delta}{۴a} \end{array} \right.$

$y_{رأس} = -۲\times\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ + ۳\times\frac{۳}{۴} - ۵ = \frac{-۳۱}{۸}$

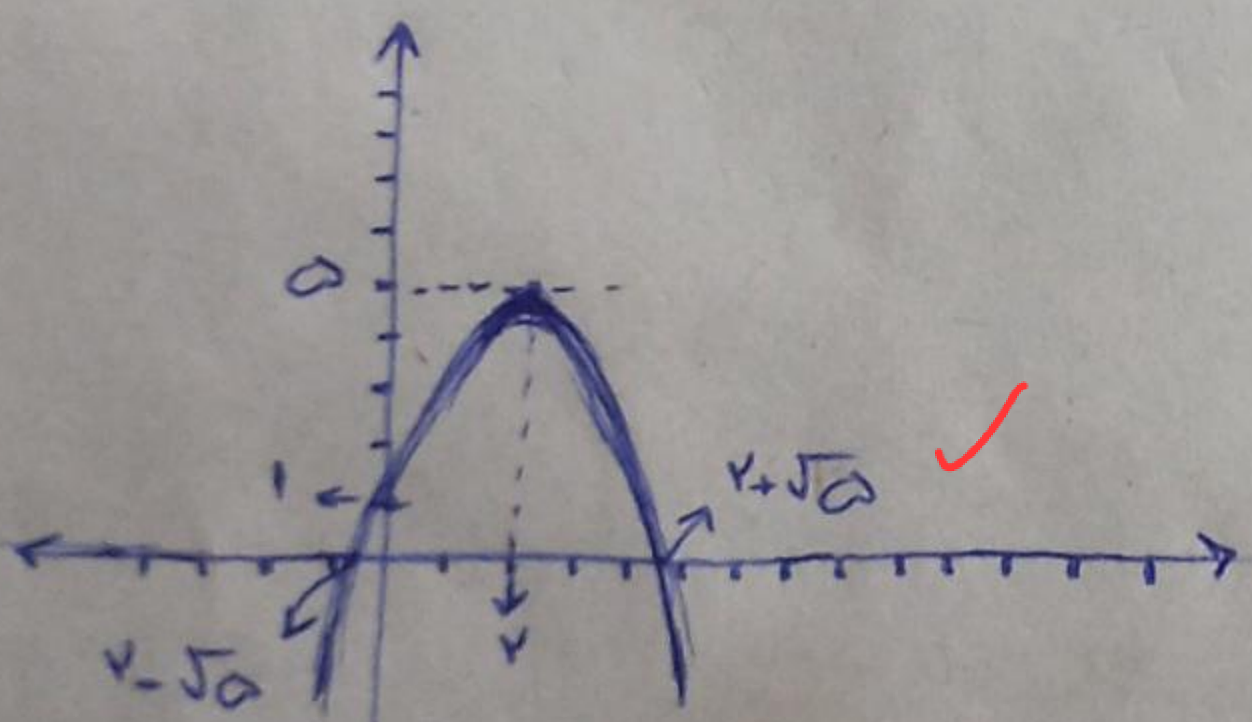
$\max \left| \begin{array}{l} \frac{۳}{۴} \\ \frac{-۳۱}{۸} \end{array} \right.$ ✓

الف) $y = x^۲ - ۶x + ۱$ (۲) (۲)



✓

ب) $y = -x^۲ + ۴x + ۱$



✓

(۳) (۲)

$(\alpha+\beta)^۲ = \underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{۵} + \underbrace{۲\alpha\beta}_{-۴} = ۱$

$(\alpha-\beta)^۲ = \alpha^۲+\beta^۲ - ۲\alpha\beta = ۵+۴ = ۹$

$\left. \begin{array}{l} |\alpha-\beta| = ۳ \\ \alpha+\beta = ۱ \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = ۲ , \beta = -۱$

$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰$

$۴\times۲^۳ + k\times۲^۲ - ۹\times۲ - ۲ = -۴ + k + ۹ - ۲$

$۳k = -۹ \Rightarrow k = -۳$ ✓

(۴) (۲)

$x^۲ - ۳mx + m = ۰$

$(\sqrt{x_۱} - \sqrt{x_۲} = ۱)^۲$

$\underbrace{x_۱ + x_۲}_{۳m} - \underbrace{۲\sqrt{\underbrace{x_۱x_۲}_{m}}}_{=۲\sqrt{m}} = ۱$

$۳m - ۲\sqrt{m} = ۱ \qquad \sqrt{m} = t$

$۳t^۲ - ۲t - ۱ = ۰$

$t^۲ - ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow (\underset{۱}{t} - \frac{۳}{۳})(\underset{-\frac{۱}{۳} \rightarrow \text{غ ق ق}}{t} + \frac{۱}{۳}) = ۰$

$t = \sqrt{m} = ۱ \Rightarrow m = ۱$

$۲x^۲ - mx - m = ۰ \Rightarrow ۲x^۲ - x - ۱ = ۰$

$\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{-۱}{۲}$ ✓

(۵) (۲)

$S_\Delta = \frac{۱}{۲}(x_۱ - x_۲) \times c \qquad \frac{\Delta}{a} = \frac{m-۲}{۲}$

$\frac{۱}{۲}\left(\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) \times m = \frac{۱}{۲}\left(\frac{m-۲}{۲}\right) \times m = \frac{۳}{۴}$

$\frac{۱}{۴}m^۲ - \frac{۱}{۲}m - \frac{۳}{۴} = ۰$

$m^۲ - ۲m - ۳ = ۰ \qquad (\underset{۳}{m} - ۳)(\underset{-۱}{m} + ۱) = ۰$

$y = x^۲ - mx + ۱ \rightarrow x^۲ - ۳x + ۱ = y \Rightarrow x_{رأس} = \frac{۳}{۲}$

$\searrow y = x^۲ + x + ۱ \Rightarrow x_{رأس} = \frac{-۱}{۲}$ ✓

(۶) (۲)

$y = ax^۲ + ۳x + a \quad \rightarrow a > ۰ \rightarrow$ min چون

$y_{ext} = \frac{-\Delta}{۴a} = \frac{۴a^۲ - ۹}{۴a} = \frac{۷}{۸} \Rightarrow ۲۸a = ۳۲a^۲ - ۷۲$

$۳۲a^۲ - ۲۸a - ۷۲ = ۰ \Rightarrow ۸a^۲ - ۷a - ۱۸ = ۰$

$a^۲ - ۷a - ۱۸\times۸ = ۰ \Rightarrow (\underset{۲}{a} - \frac{۱۶}{۸})(\underset{-\frac{۹}{۸} \rightarrow \text{غ ق ق}}{a} + \frac{۹}{۸}) = ۰$

$a = ۲ \rightarrow$ فقط یک مقدار ✓

(۷) (۲)

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰$

$x_۱ + x_۲ = ۲x_۱ + ۲ = \frac{a+۱}{۱}$

$x_۱ = \frac{a-۱}{۲} , x_۲ = \frac{a+۳}{۲}$

$\left(\frac{a+۳}{۲}\right)\left(\frac{a-۱}{۲}\right) = \frac{a}{۱} \Rightarrow a^۲ + ۲a - ۳ = ۴a$

$a^۲ - ۲a - ۳ = ۰ \Rightarrow (\underset{۳}{a} - ۳)(\underset{-۱ \rightarrow \text{غ ق ق}}{a} + ۱) = ۰$

$\Rightarrow x_۱ = ۱ , x_۲ = ۳$

$x^۲ - (۳a+۱)x + b = x^۲ - ۱۰x + b = ۰$

$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = ۲\alpha + ۲ = -۱۰ \\ \alpha + ۲ = \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha = -۶ , \beta = -۴$

$\alpha\beta - x_۱x_۲ = (-۶)\times(-۴) - ۱\times۳ = ۲۱$ ✓

۱۰

۲

$x^{۲} - (a^{۲}+b^{۲}-۱۲)x + a + b - ۱ = ۰$

$a+b = \frac{-b}{a} \Rightarrow a+b = a^{۲}+b^{۲}-۱۲$ Ⓘ

$a+b = (a+b)^{۲} - ۲ab - ۱۲$

$a+b = S$

$S = S^{۲} - ۲P - ۱۲ \xrightarrow{\text{II}} S = S^{۲} - ۲S + ۲ + ۱۲$

$ab = P$

$S^{۲} - ۳S - ۱۰ = ۰$

$P = ab = \frac{c}{a} = \frac{a+b-۱}{۱}$

$S = \frac{۳ \pm \sqrt{۹+۴۰}}{۲}$

$P = \underbrace{a+b}_{S} - ۱$ Ⓘ Ⓘ

$P = S - ۱$

$S_{۱} = \frac{۳-۷}{۲} = -۲$ × غ ق ق

$S_{۲} = \frac{۳+۷}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$ ✓✓

⑧ ۲

$x_۱ = \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{-۲a} = \frac{۱}{۳}$

$x_۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y_۱ = -\frac{a}{۴} + \frac{۲a}{۴} + ۲ = \frac{۲b}{۴} - \frac{b}{۲} - ۱$

$x_۲ = \frac{-b}{۲a} = \frac{b}{۲\times ۲b} = \frac{۱}{۴}$ $\qquad \frac{a}{۴} = -۳ \qquad \boxed{a = -۱۲}$ ✓

$x_۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow y_۲ = \frac{-a}{۱۶} + \frac{۴a}{۱۶} + ۲ = \frac{۲b}{۱۶} - \frac{۴b}{۱۶} - ۱$

$y_۲ = \frac{۳a}{۱۶} + ۲ = \frac{-۲b}{۱۶} - ۱ = \frac{-b}{۸} - ۱$

$y_۲ = \frac{-۳۶}{۱۶} + ۲ = \frac{-b}{۸} - ۱$

$y_۲ = \frac{-۹}{۴} + \frac{۱۲}{۴} = \frac{-b}{۸}$

$\frac{۳}{\cancel{۴}_{۱}} = \frac{-b}{\cancel{۸}_{۲}} \qquad \boxed{b = -۶}$ ✓

$b - a = -۶ - (-۱۲) = -۶ + ۱۲ = ۶$ ✓

---

⑨ ۲

$\alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\cancel{\beta} = \frac{\cancel{\beta}}{۲۵\cancel{\alpha}}$, [illegible]

$\alpha = \pm\frac{۱}{۵} \rightarrow +\frac{۱}{۵}$ غ ق ق

$\boxed{\alpha = -\frac{۱}{۵}}$

$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} \qquad -\frac{۱}{۵} + \beta = \frac{-۴}{۲۵(-\frac{۱}{۵})} \qquad \beta = \frac{۴}{۵} + \frac{۱}{۵} = ۱ \qquad \boxed{\beta = ۱} \Rightarrow$ رأس $(+\frac{۲}{۵}, \frac{۹}{۵})$

✓ ناحیه اول

x رأس $= \frac{-b}{۲a} = \frac{۲}{۵}$

y رأس $= \frac{۴ac - b^۲}{۴a} = \frac{۹}{۵}$