۱- الف) $y = 2x^2 - 4x + 1$ (max) ext $\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a} \to \frac{4}{4} = 1 \\ \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = y\end{matrix}\right\}$ $y = 2 - 4 + 1 = -1$ $\to \max\left|\begin{matrix}1 \\ -1\end{matrix}\right.$

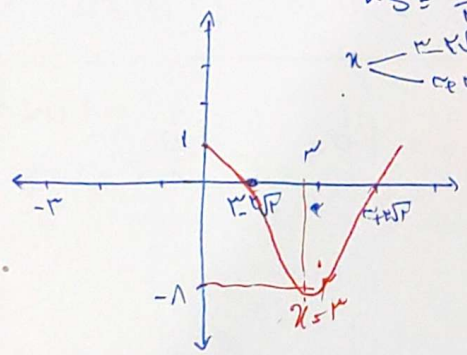
ب) $y = -2x^2 + 3x - 5$ ext $\left|\begin{matrix}\frac{-b}{2a} \to \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \\ \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = y\end{matrix}\right\}$ $y = -2 \times \frac{9}{16} + \frac{9}{8} - 5 = \frac{-9}{8} + \frac{18}{8} - \frac{40}{8} = \frac{9}{8} - \frac{40}{8}$

$\to \min\left|\begin{matrix}\frac{3}{4} \\ \frac{-31}{8}\end{matrix}\right.$

۲- الف) $y = x^2 - 9x + 1 \to$

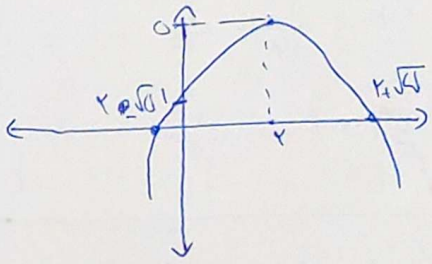
$x_s = \frac{9}{2}$ ، $y_s = -8$

$x < \begin{matrix}3 - 2\sqrt{2} \\ 3 + 2\sqrt{2}\end{matrix}$



ب) $x_s = \frac{-4}{-2} = 2$ ، $y_s = \frac{-\Delta}{4a} = 5$ ، $a < 0 \to \max$

$x < \begin{matrix}\frac{4 + \sqrt{24}}{2} \\ \frac{4 - \sqrt{24}}{2}\end{matrix}\Big\} \to 2 \pm \sqrt{6}$



۳- $x^2 - 5x + 6 = x^2 - x - 4x + 5 \to$ $4x^3 + kx^2 - 9x - 2 \div x^2 - x - 2 = 4x + 9$

$\to k = a - 4$ ، $9 = -a - 8 \to a = 1$ $\to a - 4 = k = 1 - 4 = \boxed{-3}$

۴- $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = 1 \to \alpha - 2\sqrt{\alpha\beta} + \beta = 1 \to 3m - 2\sqrt{m} - 1 = 0$

$\sqrt{m} = T \to 3T^2 - 2T - 1 = 0$ یا $T^2 - 2T - 3 = 0$ $\begin{cases} T = \frac{3}{3} \checkmark \to \sqrt{m} = 1 \to m = 1 \to \frac{c}{a} = \frac{-1}{2} \\ T = \frac{-1}{3} \to$ غیرقابل قبول $\end{cases}$

۵- $a + b + c = 0 \to x < \frac{1}{\frac{c}{a}} \to$ محل برخورد $= (1,0), (\frac{m}{2}, 0), (0, m)$

$\left|1 - \frac{m}{2}\right| \times m \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16} \to$ $\frac{2 - m}{2} \times m \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16} \to m^2 - 2m + \frac{3}{4} = 0 \to \Delta < 0$ ✗

$\frac{m - 2}{2} \times m \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16} \to m^2 - 2m - \frac{3}{4} = 0 \to (m - \frac{3}{2})(m + \frac{1}{2}) = 0$

$\to \frac{-(-m)}{2} = \left|\begin{matrix}\frac{3}{2} \\ \end{matrix}\right. \to$ ✓ $\Delta > 0$ $\quad m < \begin{matrix}-\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2}\end{matrix}$ ✓

سوال ۶ـ

$۸(۴a^۲-۹) = ۲۸a \rightarrow ۳۲a^۲ - ۷۲ = ۲۸a \rightarrow ۳۲a^۲ - ۲۸a - ۷۲ = ۰$

یک مقدار

روش ۲ $\rightarrow a^۲ - ۲۸a - ۲۳۰ = ۰ \rightarrow (a+۳۶)(a-۶۴) \rightarrow a < \begin{matrix} ۲ \checkmark \\ \frac{-۳۶}{۳۲} = \frac{-۹}{۸} \times \end{matrix}$

سوال ۷ـ

$\frac{\sqrt{(a^۵+۱)^۲ - ۴a}}{۱} = ۲ \rightarrow a^۲ - ۲a + ۱ = ۴ \rightarrow a^۲ - ۲a - ۳ = ۰ \rightarrow a < \begin{matrix} -۱ \times \\ ۳ \checkmark \end{matrix}$

$a=-۱ \rightarrow (x-۱)(x+۱) \rightarrow$ اعداد فرد غیرطبیعی

$a=۳ \rightarrow (x-۱)(x-۳) \xrightarrow{۱ و ۳}$ اعداد فرد طبیعی $\rightarrow a=۳$

$\rightarrow \frac{\sqrt{۱۰۰-۴b}}{۱} = ۲ \rightarrow ۱۰۰-۴b = ۴ \rightarrow ۹۶ = ۴b \rightarrow b=۲۴ \rightarrow b-a = ۲۴-۳ = ۲۱$

سوال ۸-

$\frac{-a}{-2a} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{-a}{4} + \frac{a}{2} + 2 = \frac{+a}{4} + 2 \rightarrow \left(\frac{1}{2}, \frac{a}{4} + 2\right)$

$\frac{-(-b)}{2(2b)} = \frac{1}{4} = x_s \quad , \quad y_s = 2b\left(\frac{1}{16}\right) - b\left(\frac{1}{4}\right) - 1 = -\frac{b}{8} - 1 \rightarrow \left(\frac{1}{4}, -\frac{b}{8} - 1\right)$

$\rightarrow y = \frac{2b}{4} - \frac{b}{2} - 1 = -1 \quad , \quad \frac{a}{4} + 2 = -1 \rightarrow a = -12$

$y = -a\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{a}{4} + 2 \rightarrow \frac{-12}{16} + \frac{-12}{4} + 2 = \frac{-1}{4} = -\frac{b}{8} \rightarrow b = -4$

$a - b = -4 - (-12) = 8$

سوال ۹ ←

$\alpha\beta = \frac{\beta}{25\alpha} \rightarrow \alpha = \pm\frac{1}{5} \rightarrow$ چون $\alpha = \frac{1}{5}$ آنگاه $\beta = 5\alpha$

$\frac{14}{100} - \alpha\beta > 0 \rightarrow 14 > 100\alpha\beta \rightarrow \frac{14}{100} > \alpha\beta \rightarrow \frac{14}{25} > \beta > \frac{1}{5}$

$\rightarrow \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5} \rightarrow \underbrace{(5\times\frac{-2}{5}) + 4\alpha\frac{-2}{5}}_{-3/4} + \beta$ چون β در این بازه باعث می‌شود عبارت منفی باشد $\Delta < 0$

$\rightarrow$ سهمی $\Delta < 0$, $a > 0 \rightarrow$ $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{10} \rightarrow x > 0$, $\Delta < 0 \rightarrow$ با ضابطه‌ی

$\rightarrow \alpha > 0$ $\beta > 0 \rightarrow -2\alpha > 0 \rightarrow$ شکل x_5

سوال ۱۰ ←

$a+b = \frac{-b}{a} \rightarrow a+b = a^2+b^2-12$, $ab = a+b-1 \rightarrow a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$\rightarrow a+b = (a+b)^2 - 2ab - 12 \longrightarrow (a+b)^2 - 2(a+b-2) - 12 = a+b$ $\xrightarrow{a+b=\text{مجموع ریشه‌ها}=S}$

$S^2 - 2(S-1) - 12 = S \rightarrow S^2 - 2S + 2 - 12 = S^2 - 3S \div 10 \rightarrow (S-5)(S+2)$ $\xrightarrow{a,b\in N}$ $S = 5$