نام و نام خانوادگی: سپهر یالی نارسانی     تکلیف: ۲۴     ۱۶,۵     کلاس: دهم پسر A

---

۱

الف) مینیمم دارد ✓ → $a > ۰$     $x = -\frac{b}{۲a} \Rightarrow \frac{۴}{۴} = ۱$     $y = -\frac{\Delta}{۴a} = \frac{(-۴)^۲ - ۴(۲)(۱)}{۸} = -۱$     ②

$(۱, -۱)$ ✓

ب) ماکزیمم دارد ✓ → $a < ۰$     $x = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۳}{-۴} = \frac{۳}{۴}$     $y = -\frac{\Delta}{۴a} = \frac{(۹) - ۴(-۲)(-۵)}{۴(۲)} = -\frac{۳۱}{۸}$

$(\frac{۳}{۴}, -\frac{۳۱}{۸})$ ✓

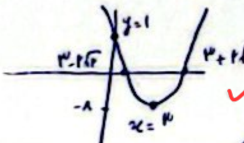
---

۲

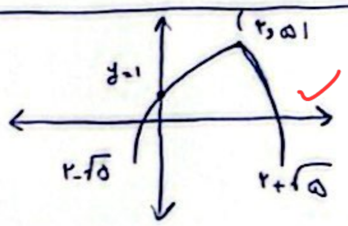
$y = x^۲ - ۶x + ۱$     $x_{راس} = \frac{۶}{۲} = ۳$     $y_{راس} = -۸$     عرض از مبدأ $x = ۰ \Rightarrow y = ۱$     ②

$\Delta = ۳۶ - ۴ =$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳۲} \pm ۶}{۲} = ۳ \pm ۲\sqrt{۲}$



✓



✓

ب) $-x^۲ + ۴x + ۱$     $x_s = \frac{-۴}{۲(-۱)} = ۲$     $y_s = \frac{-\Delta}{۴a} = ۵$     تقارن $\Rightarrow x = ۲, y = ۵$ $a < ۰ \rightarrow$ ماکزیمم

$x = ۰ \Rightarrow y = ۱ \rightarrow$ عرض از مبدأ     $\Delta = ۱۶ + ۴ = ۲۰$     $x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۰}}{۲} = ۲ \pm \sqrt{۵}$

---

۳

$۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲ = ۰ \longrightarrow x^۲ - Sx + P \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰ \rightarrow$ یکی از عوامل معادله     ②

$(x^۲ - x - ۲)(۴x + a) = ۴x^۳ + kx^۲ - ۹x - ۲$

$۴x^۳ + (a - ۴)x^۲ + (-a - ۸)x - ۲a \longrightarrow a - ۴ = k$     $-a - ۸ = ۹$     $-۲a = -۲$

$a = ۱$

$a - ۴ = k \longrightarrow k = ۱ - ۴ = \boxed{-۳}$ ✓

---

۴

$x^۲ - ۳mx + m = ۰$     $a = ۱$     $b = -۳m$     $c = m$     اختلاف جذر دو ریشه!     ۵

~~$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$~~ $\longrightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac \longrightarrow \Delta = (-۳m)^۲ - ۴(۱)(m) = ۹m^۲ - ۴m$

$\sqrt{۹m^۲ - ۴m} = ۱$     $۹m^۲ - ۴m = ۱$     $۹m^۲ - ۴m - ۱ = ۰$     $m = \frac{۴ \pm \sqrt{۵۲}}{۱۸} = \frac{۲ \pm \sqrt{۱۳}}{۹}$

$\rightarrow \alpha\beta = \frac{c}{a} \rightarrow c = -m \Rightarrow a = ۲ \longrightarrow \alpha\beta = \frac{-m}{۲} \longrightarrow -(\frac{۱}{۲} \times \frac{۲ \pm \sqrt{۱۳}}{۹}) = -\frac{۲ \pm \sqrt{۱۳}}{۱۸}$

---

۵

تابع اول $x = ۱ \rightarrow ۲(۱)^۲ - (m + ۲)۱ + m = ۰$ ✓ $\xrightarrow{\text{پس ریشه دیگر}} x_۲ = \frac{m}{۲}$     $(۱, ۰), (\frac{m}{۴}, ۰), (۰, m)$ ← سه رأس مثلث

قاعده $= |۱ - \frac{m}{۲}|$     ارتفاع $= m$ $\longrightarrow$ مساحت $= \frac{۱}{۲} \times$ ارتفاع $\times$ قاعده $= \frac{۱}{۲}|۱ - \frac{m}{۴}|m = \frac{۳}{۴}$     (۱,۵)

$-۲m|\overset{۲}{\cancel{۱}} - m| = ۳$

حالت ۱ $= m \leq ۲ \rightarrow m(\overset{۲}{\cancel{۱}} - m) = ۳ \Rightarrow ۲m - m^۲ = ۳ \rightarrow m^۲ - ۲m + ۳ = ۰$     $\Delta = ۴ - ۴(۱)(۳) < ۰$

حالت ۲ $= m > ۲ \longrightarrow m(m - ۲) = ۳ \longrightarrow m^۲ - ۲m - ۳ = ۰ \longrightarrow (m - ۳)(m - ۱) = \boxed{m = ۳}$ ✓     ✓ $m = -۱$ در جواب نیاوردی

$x_s = \frac{m}{۲} = \boxed{\frac{۳}{۲}}$

$m = -۱ \rightarrow y = x^۲ + x + ۱ \rightarrow \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۲}$

مینیمم $a>۰$ $\quad x_S = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۳}{۲a}$ $\quad \Delta = b^۲ - ۴ac = ۴۹ + ۵۷۶ = ۶۲۵$ ②

$y_{min} = a\left(-\frac{۳}{۲a}\right)^۲ + ۳\left(-\frac{۳}{۲a}\right) + a$ $\quad \sqrt{۶۲۵} = ۲۵$

$= -\frac{۹}{۴a} + a \rightarrow y_{min} = -\frac{۹}{۴a} + a$ $\quad a = \frac{۷ \pm ۲۵}{۱۶}$ $\begin{cases} \rightarrow a = ۲ \checkmark \\ \rightarrow a = -\frac{۹}{۸} \times \rightarrow a>۰ \end{cases}$ زیرا باید

$y = \frac{۷}{۸} = -\frac{۹}{۴a} + a \longrightarrow$ طبق صورت سوال

یک مقدار ✓

$۸a^۲ - ۱۸ = ۷a \longrightarrow ۸a - ۱۸ - ۷a = ۰$

۶

---

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰$ $\quad \boxed{x = ۱ , ۳}$ ②

$S = a+۱ =$

$P = \frac{c}{a} = a \Rightarrow n(n+۱) = ۲n + n^۲$

ریشه‌ها $= n , n+۲$

$n + (n+۲) = a+۱$

$a = ۲n+۱ \rightarrow ۲n + n^۲ = ۲n+۱$

$n = ۱ \quad a = ۳$

$x^۲ - (۳a+۱)x + b = ۰ \rightarrow a = ۳ \rightarrow x^۲ - ۱۰x + b$

$P = \frac{c}{a} = \frac{b}{۱} \quad S = ۱۰$

ریشه‌ها $= m , m+۲$

$m + (m+۲) = ۱۰$

$۲m + ۲ = ۱۰$

$m = ۴$ $\quad ۴ , ۶ =$ ریشه‌ها

$P_۲ - P_۱ = (۴ \times ۶)(۳ \times ۱) = ۲۴ - ۳ = ۲۱$ ✓

۷

---

$y = -ax^۲ + ax + ۲$ ②

$x_S = \frac{-b}{۲a} = \frac{-a}{۲(-a)} = \frac{۱}{۲}$

$y = -a\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ + a\left(\frac{۱}{۲}\right) + ۲$

$= -\frac{a}{۴} + \frac{a}{۲} + ۲$

$= \frac{a}{۴} + ۲ \quad \left(\frac{۱}{۲} , \frac{a}{۴} + ۲\right)$

$y = ۲bx^۲ - bx - ۱$

$x_S = \frac{-(-b)}{۲(۲b)} = \frac{\cancel{b}}{۴\cancel{b}} = \frac{۱}{۴}$

$y = ۲b\left(\frac{۱}{۱۶}\right) - b\left(\frac{۱}{۴}\right) - ۱$

$= -\frac{b}{۸} - ۱ \quad \left(\frac{۱}{۴} , -\frac{b}{۸} - ۱\right)$

جایگذاری ($x = \frac{۱}{۲}$) در معادله ۲ $\Rightarrow y = ۲b\left(\frac{۱}{۴}\right) - b\left(\frac{۱}{۲}\right) - ۱$

$= \frac{b}{۲} - \frac{b}{۲} - ۱ = -۱ \quad \frac{a}{۴} + ۲ = -۱ \quad \boxed{a = -۱۲}$ ✓ $\boxed{a - b = ۶}$ ✓

جایگذاری $x = \frac{۱}{۴}$ در معادله اول $\Rightarrow y = -a\left(\frac{۱}{۱۶}\right) + a\left(\frac{۱}{۴}\right) + ۲$

$= -\frac{a}{۱۶} + \frac{a}{۴} + ۲$

$a = -۱۲ \rightarrow -\frac{-۱۲}{۱۶} + \frac{-۱۲}{۴} + ۲ =$

$\frac{۳}{۴} - ۱ = -\frac{۱}{۴} = -\frac{b}{۸} - ۱$

$\boxed{b = -۶}$ ✓

۸

---

ریشه‌ها $= \alpha , \beta \rightarrow y = ۲۵ax^۲ + ۴x + \beta \quad \alpha + \beta = -\frac{۴}{۲۵a} \quad \alpha\beta = \frac{\beta}{۲۵a} \quad \beta = ۲۵a\alpha\beta \quad \div \beta \Rightarrow$ ①

$۲۵a\alpha = ۱ \rightarrow a = \frac{۱}{۲۵\alpha} \quad x_S = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۴}{۲a} = -\frac{۴}{۵۰a} \rightarrow x_S = \frac{۴}{۵۰ \times \frac{۱}{۲۵\alpha}}$

$x_S = -۲\alpha$

$\alpha < \beta \longrightarrow \alpha + \beta = -\frac{۴}{۲۵a} \Rightarrow ۲۵a\alpha = ۱ \longrightarrow$ a با α هم علامت

$\alpha < ۰ \quad \beta > ۰$

$-۲\alpha > ۰ \longrightarrow$ ✓ $x_S$ رأس مثبت

$\boxed{\text{سهمی در ناحیه ۴ قرار دارد}}$

۹

---

$a+b = \frac{-b}{a} = a^۲ + b^۲ - ۱۲ \quad ab = a+b-۱ \rightarrow a^۲ + b^۲ = (a+b)^۲ - ۲ab$ ②

$\rightarrow a+b = (a+b)^۲ - ۲ab - ۱۲ \xrightarrow{ab = a+b-۱} a+b = (a+b)^۲ - ۲(a+b-۱) - ۱۲$

$\xrightarrow{a+b=S} S^۲ - ۲(S-۱) - ۱۲ = S \longrightarrow S^۲ - ۳S - ۱۰ = ۰ \Rightarrow (S-۵)\underset{\times}{(S+۲)}$

$a+b = S = ۵$ ✓ $\longrightarrow$ چون a, b طبیعی اند

۱۰

$S = \frac{-۴}{۲۵\alpha} \quad P = \frac{\beta}{۲۵\alpha} \quad \alpha^۲ = \frac{۱}{۲۵} \quad \alpha = \mp\frac{۱}{۵}$ ـ۹

$$\xrightarrow{\alpha} \begin{cases} \frac{۱}{۵} \to \frac{۱}{۵} + \beta = -\frac{۴}{۵} \to \beta = -۱ \to \beta < \alpha \quad \times \\ -\frac{۱}{۵} \to -\frac{۱}{۵} + \beta = \frac{۴}{۵} \to \beta = ۱ \to \beta > \alpha \to \begin{cases} \alpha = \frac{۱}{۵} \\ \beta = ۱ \end{cases} \end{cases}$$

$$y = -۵x^۲ + ۴x + ۱ \to \begin{cases} x = \frac{۲}{۵} \\ y = \frac{۹}{۵} \end{cases}$$ ناحیه اول

---

$\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = ۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} \alpha + \beta - ۲\sqrt{\alpha\beta} = ۱ \to \cancel{S} - ۲\sqrt{P} = ۱$ ـ۴

$۳m - ۲\sqrt{m} = ۱$

$$۳m - ۲\sqrt{m} - ۱ = ۰ \xrightarrow{\sqrt{m} = t} ۳t^۲ - ۲t - ۱ = ۰ \begin{cases} t = ۱ \to \sqrt{m} = ۱ \to m = ۱ \\ t = \frac{-۱}{۳} \quad \times \end{cases}$$

$$۲x^۲ - x - ۱ = ۰ \to P = \frac{c}{a} = \boxed{\frac{-۱}{۲}}$$