نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ کلاس .....

۱۷٫۷۵

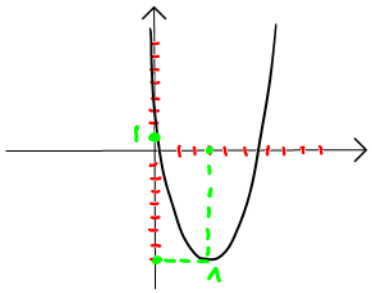
۱ (۱٫۷۵)

الف) $ext(min)\begin{cases} x=-\frac{b}{2a} \to x_{min}=\frac{4}{4}=1 \\ y=-\frac{\Delta}{4a} \to y_{min}=-\frac{b^2-4ac}{8}=-\frac{8}{8}=-1 \end{cases}$ ✓

ب) $ext(max)\begin{cases} x=-\frac{b}{2a} \to x_{max}=\frac{3}{4} \\ y=-\frac{\Delta}{4a} \to -\frac{b^2-4ac}{-8}=\frac{-31}{8}=-3,875 \end{cases}$ ✓ دقت!

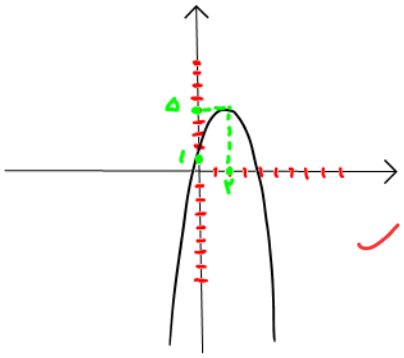
۲ (۲)

الف)



✓

ب)



✓

۳ (۵)

$4x^3+kx^2-9x-2=0$

$x^2-Sx+P=0 \to x^2-x+2=0 \to \begin{cases}\alpha=-1\\ \beta=2\end{cases}$

۱- و ۲ باید در معادله درجه سوم صدق کنند ✓

$\alpha=-1: -4+K+5=0 \to K=-3$

$\beta=2: 32+4K-20=0 \to K=-3$

۴ (۲)

$S=x_1+x_2=3m \;,\; P=x_1x_2=m \qquad |\sqrt{x_1}-\sqrt{x_2}|=1$

$x_1+x_2-2\sqrt{x_1x_2}=1 \Rightarrow 3m-2\sqrt{m}=1 \xrightarrow{t=\sqrt{m}} 3t^2-2t-1=0$

$\Downarrow$

$(3t+1)(t-1)=0$

$\Downarrow$

$t=1 \to -\frac{1}{3}$ ✗ $\sqrt{m}\geq 0$

$t=1 \to m=1$

$2x^2-mx-m=0 \to P'=\frac{c}{a}=-\frac{m}{2}=-\frac{1}{2}$ ✓

۵ (۲)

$y=2x^2-(m+2)+m \xrightarrow[y=0]{a+b+c=0} x_1=1 \;,\; x_2=\frac{c}{a}=\frac{m}{2}$

$x=0 \to C\begin{bmatrix}0\\ m\end{bmatrix} \to \Delta$ رئوس: $A(1,0), B(\frac{m}{2},0), C(0,m)$

$S_\Delta=\frac{1}{2}\times|1-\frac{m}{2}|\times|m|=\frac{m^2}{4} \Rightarrow |m(2-m)|=2$

$\to m(2-m)=-2 \Rightarrow m^2-2m-2=0 \Rightarrow (m-2)(m+1)=0 \to \begin{cases}m=2\\ m=-1\end{cases}$

$\to m(2-m)=2 \to 2m-m^2=2 \Rightarrow m^2-2m+2=0$ ✗ $\Delta<0$

$y=x^2-mx+1 \to ext\Big|x=\frac{-b}{2a}=\frac{m}{2}=\begin{cases}\frac{2}{2}\\ -\frac{1}{2}\end{cases}$ ✓

۶ (۲)

$\min \Rightarrow a>0 \longrightarrow$ رأس

$y=-\frac{b^2-4ac}{4a}=\frac{4a^2-9}{4a}=\frac{7}{8} \longrightarrow 28a=8(4a^2-9) \Rightarrow 32a^2-28a-72=0$

$\Downarrow$

$8a^2-7a-18=0$

$\Delta=b^2-4ac=49+576=625$

$\longrightarrow a=\frac{7\pm 25}{16}=\begin{cases} a=2 \checkmark \\ a=-\frac{9}{8} \times \end{cases}$ $a>0$

۷ (۲)

$x^2-(a+1)x+a=0 \Rightarrow (x-1)(x-a)=0 \begin{cases} \longrightarrow x=1 \\ \longrightarrow x=a \end{cases}$ ریشه‌ها متوالی $\longrightarrow a=1+2=3 \Rightarrow P_1=3$

$x^2-(2a+1)x+b=0 \xrightarrow{a=3} x^2-10x+b=0 \longrightarrow S_2=10$ ریشه‌ها متوالی $\begin{cases} x_1=4 \\ x_2=6 \end{cases} \longrightarrow P_2=24$

$\longrightarrow |P_2-P_1|=21 \checkmark$

۸ (۲)

$ex_1 \begin{cases} x_1=-\frac{b}{2a}=\frac{-a}{2(-a)}=\frac{1}{2} \\ \downarrow \\ y_1=-a(\frac{1}{4})+a(\frac{1}{2})+2=\frac{a}{4}+2 \end{cases}$

$ex_2 \begin{cases} x_2=\frac{b}{4b}=\frac{1}{4} \\ \downarrow \\ y_2=2b(\frac{1}{16})-b(\frac{1}{4})-1=-\frac{b}{8}-1 \end{cases}$

$\frac{a}{4}+2=2b(\frac{1}{4})^2-b(\frac{1}{4})-1=-1 \Rightarrow a=-12 \checkmark$

$-\frac{b}{8}-1=-a(\frac{1}{4})^2+a(\frac{1}{4})+2=\frac{3a}{16}+2 \xrightarrow{a=-12} -\frac{b}{8}-1=\frac{3(-12)}{16}+2=-2,25+2=-0,25 \Rightarrow -\frac{b}{8}=0,75 \Rightarrow b=-6 \checkmark$

$b-a=-6-(-12)=6 \checkmark$

۹ (۲)

$25ax^2+4x+\beta=0 \qquad P=\alpha\beta=\frac{c}{a}=\frac{\beta}{25a} \Rightarrow \alpha=\frac{1}{25a} \Rightarrow a=\frac{1}{25\alpha} \qquad S=\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{4}{a}=-4(25a)=-100\alpha$

$\Downarrow$

$\beta=-100\alpha$

$\beta>\alpha \longrightarrow -101\alpha>\alpha \Rightarrow 102\alpha<0 \Rightarrow \alpha<0 \Rightarrow \alpha<0<\beta$

$ex \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a}=-\frac{4}{2a}=-\frac{2}{a} \\ 25a(\frac{4}{a^2})+4(-\frac{2}{a})+\beta=\frac{4}{a}-\frac{8}{a}+\beta=\beta-\frac{8}{a} \xrightarrow{\alpha<0<\beta} y_{ex}>0 \Rightarrow \text{ناحیه اول} \checkmark \end{array} \right.$

۱۰ (۲)

$S=a+b=a^2+b^2-12 \Rightarrow a^2+b^2-(a+b)=12 \qquad P=ab=a+b-1 \Rightarrow ab-a-b+1=0 \Rightarrow (a-1)(b-1)=0$

$a=1$ یا $b=1$

$1^2+b^2-(1+b)=12 \Rightarrow b^2-b-12=0 \Rightarrow (b-4)(b+3)=0 \begin{cases} \longrightarrow b=4 \\ \longrightarrow b=-3 \times \ b\in\mathbb{N} \end{cases}$

$\Rightarrow a=1 \Rightarrow a+b=5 \checkmark$