به نام خدا

مهدی مومنی — ۱۹,۲۵

۱) (۲)

الف) $2x^2-4x+1=y$

$ext\begin{cases}\frac{-b}{2a} \to \frac{4}{2(2)}=1 \\ \frac{-\Delta}{4a} \to \frac{8}{-8}=-1\end{cases} \xrightarrow{a>0} min$

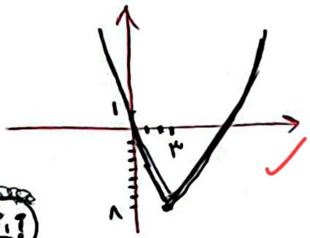
ب) $-2x^2+3x-5=y$

$ext\begin{cases}\frac{-b}{2a} \to \frac{-3}{-4}=\frac{3}{4} \\ \frac{-\Delta}{4a} \to \frac{-31}{8}\end{cases} \xrightarrow{a<0} max$

---

۲) (۱,۵)

الف) $y=x^2-6x+1$

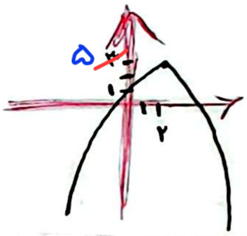


$ext\begin{cases}\frac{6}{2}=3 \\ \frac{32}{-4}=-8\end{cases} \xrightarrow{a>0} min$

ببخشید یکم بد شد!

عرض از مبدا ۱ هست

ب) $-x^2+4x+1=y$



$ext\begin{cases}\frac{-4}{-2}=2 \\ \frac{12}{4}=3\end{cases} \xrightarrow{a<0} max$

$-4+8+1=5$

---

۳) (۲)

$\alpha+\beta=1 \to \alpha=1-\beta$

$\alpha\beta=-2 \to (1-\beta)(\beta)=\beta-\beta^2=-2 \to \beta^2-\beta-2=0 \to \begin{cases}\beta=-1 \to \alpha=2 \\ \beta=2 \to \alpha=-1\end{cases}$

$4(-1)^3+k-9(-1)-2=0 \to 3+k=0 \to k=-3$

$4(8)+4k-18-2=0 \to 12=-4k \to k=-3$

پس مادر هر حالت α و β ۲ یا ۱- هستند.

---

۴) (۱,۷۵)

$\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \underbrace{\alpha+\beta}_{S}-2\sqrt{\underbrace{\alpha\beta}_{P}}=1 \to 3m-2\sqrt{m}=1 \to 3m-1=2\sqrt{m}$

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 9m^2+1-6m=4m \to 9m^2-10m+1=0 \xrightarrow{\text{وارسی}} (m-1)(9m-1)=0$

$m \begin{cases} 1 \to x^2-3x+1=0 \to \Delta>0 \ ✓ \to m=1 ✓ \\ \frac{1}{9} \to x^2-\frac{1}{9}x+\frac{1}{9}=0 \to \Delta<0 \ ✗ \end{cases}$

$2x^2-x-1=0$

$x^2-x-2=0 \to (x-\frac{2}{2})(2x+1) \to x\begin{cases}1 \\ -\frac{1}{2}\end{cases}$ → جواب ۱ و $-\frac{1}{2}$

$\frac{c}{a}=-\frac{1}{2}$

حاصل ضرب می‌خواهیم

---

۵) (۲)

$S=\frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} \to \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{m^2-4m+4}}{|a|}=\frac{\sqrt{(m-2)^2}}{2}=\frac{|m-2|}{2}$ قاعده

عرض از مبدا = ارتفاع = m

$\frac{|m-2|(m)}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4} \to m(m-2)=3 \to m^2-2m-3=0 \to m=3,\ m=-1$

جواب = $-\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$

$y=x^2-mx+1 \to$ طول رأس $=\frac{-b}{2a}$

$\frac{m}{2}=-\frac{1}{2}$

$\frac{m}{2}=\frac{3}{2}$

6 — (۲)

Should be $a>0$

$\frac{-5}{4a} = \frac{7}{8} \to \frac{9-4a^2}{-4a} = \frac{7}{8} \to 32a^2-28a+72=0$

$\to 8a^2+7a+18=0 \xrightarrow{\text{ساده}} a^2-7a+144=0 \to (a-16)(a+9)$

$a=2$ ✓ $a>0$

$a=-\frac{9}{8}$ ✗ $a<0$

---

7 — (۳)

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=2 \longrightarrow \sqrt{\Delta}=2 \to \Delta=4 \to a^2+1+2a-4a=4 \to a^2-2a-3=0$

$\to (a-3)(a+1)=0 \longrightarrow a=-1$ ✗ (ضریب x^2 منفی شود)

$a=3$ ✓

معادله $= x^2-4x+3=y$

$x^2-(10)x+b=0 \to \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=2 \to \sqrt{\Delta}=2 \to \Delta=4 \to 100-4b=4 \to 96=4b \to b=24$

معادله $= x^2-(10)x+24=0$

$P_{\text{اولیه}}=3 \quad P_{\text{دومی}}=24 \quad 24-3=21$ ✓

---

8 — (۲)

رأس $\left| \frac{-a}{-2a}=\frac{1}{2} \quad ; \quad \frac{a+8}{4} \right.$

رأس $\left| \frac{1}{4} \quad ; \quad -\frac{b+8}{8} \right.$

این نقطه رأس برای سهمی دومی

این نقطه رأس سهمی اولی

$\frac{a+8}{4} = 2b\left(\frac{1}{2}\right)^2 - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1$

$\longrightarrow \frac{a+8}{4} = \frac{b}{2}-\frac{b}{2}-1 \to a+8=-4$

$\to a=-12$ ✓ $\quad -6-(-12)=6$ ✓

$y=12x^2-12x+2$

$-\frac{(b+8)}{8} = 12\left(\frac{1}{4}\right)^2-12\left(\frac{1}{4}\right)+2 = \frac{12}{16}-\frac{12}{4}+2=-\frac{1}{4} \to \frac{b+8}{8}=\frac{1}{4} \to b=-6$ ✓

---

9 — (۲)

$\alpha\beta = \frac{\beta}{25\alpha} \to 25\alpha^2=1 \to \alpha=\pm\frac{1}{5}$ و $\alpha+\beta=\frac{-4}{25\alpha} \to -\frac{1}{5}+\beta=\frac{-4}{-5}$

یکبار $+\frac{1}{5}$ رفتم و $\beta<\alpha$ نشد پس $\alpha=-\frac{1}{5}$

$\beta \to \frac{4}{5}+\frac{1}{5}=1$, $\beta=1$, $\alpha=-\frac{1}{5}$

$\left| \frac{-4}{-10}=\frac{4}{10} \quad ; \quad \frac{36}{-20}=\frac{36}{20} \right.$ } هر دو مثبت پس در ناحیه اول‌اند ✓

---

10 — (۲)

$a+b=a^2+b^2-12$, $ab=a+b+1 \to a+b=S=S^2-2P-12$

$S=S^2-2(S+1)-12=S^2-2S+2-12 \to S=S^2-2S+2-12 \to S^2-3S-10=0$

$\to S=-2$ ✗ طبیعی

$S=5$ ✓ طبیعی

$a+b=5$ ✓