۱)

الف) $y = 3x^2 - 2x \quad \Delta = b^2 - 4ac = 4 > 0$

$a > 0 \qquad c = 0$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{6}$

$y_{\text{راس}} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-4}{12} = \frac{-1}{3}$ نمودار تقریبی

از ناحیه ۳ نمی‌گذرد

ب) $y = -x^2 + 4x \quad \Delta = b^2 - 4ac = 16 > 0$

$a < 0 \qquad c = 0$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$y_{\text{راس}} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-16}{-4}$ نمودار تقریبی

از ناحیه ۲ نمی‌گذرد.

۲)

الف) $y = 2x^2 - 9x + 20 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 9 > 0$

$a > 0 \qquad c = 2$

$x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{9}{4}$

محور برخورد با محور xها

$y_{\text{راس}} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-9}{8}$ نمودار تقریبی

از ناحیه ۳ نمی‌گذرد پس از ناحیه ۱ و ۲ و ۴ می‌گذرد

ب) $y = -x^2 + 4x - 1 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 = 12 > 0$

$a < 0 \qquad c = -1$

از ناحیه ۱ و ۳ و ۴ می‌گذرد. $x_{\text{راس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$

$y_{\text{راس}} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-16 + 4}{-4} = 3$ نمودار تقریبی

Subject: Date:

۳) $x^2 - x - 3 = 0$ ⟶ $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1$ $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3$

$(\alpha+\beta)^2 = 1 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = \alpha^2 + \beta^2 - 6 = 1$

$\Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 7$

$(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = 13$ ⟶ $\alpha - \beta = \sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{1}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = 7$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = 1 \times (7+3) = 10$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha-\beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \sqrt{13}(4) = 4\sqrt{13}$

۴) $y = (x-2)(x^2 - ax + a)$

حالت اول ⟶ $x^2 - ax + a \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4a < 0$

$a(a-4) < 0$

$0 < a < 4$ (۱)

حالت دوم ⟶ $x^2 - ax + a \xrightarrow{\Delta = 0} (x-2)^2 = x^2 - 4x + 4 = x^2 - ax + a$

$\Rightarrow a = 4$ (۲)

(۱) و (۲) $\Rightarrow 0 < a \leq 4$

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

۵) $3x^2 - 12x - a = 0$

$\alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 - 4a = 7$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

$S = \frac{+12}{3} = 4 \quad P = \frac{c}{a} = \frac{-a}{3}$

$\alpha^2 + \beta^2 = 16 + \frac{2a}{3}$

$3\alpha^2 - 12\alpha = a$

$3(\alpha^2 - 4\alpha) = a$

$\alpha^2 - 4a = \frac{a}{3} \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \alpha^2 - 4a = 7$

$16 + \frac{2a}{3} + \frac{a}{3} = 7 \rightarrow \boxed{a = -9}$

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ (اویس)

$(x-3)(x-1) = 0$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 3 \rightarrow$ (بیشتر) $= x_1 = 1 \quad x_2 = 3 \rightarrow \frac{a}{3} = -\frac{a}{3} = \boxed{-3}$

۶)

$A(2a+3, a-3)$

$B(7-2a, a-2)$

$\Rightarrow$ طول برابر $\rightarrow$ عرض برابر $\rightarrow \frac{7-2a+2a+3}{2}$

$= b \rightarrow \boxed{b = 5} \rightarrow b - 2 = 3$

$7 - 2a \in IN \rightarrow 2a < 7$

$a \leq 3$ (1)

$a - 2 \in IN \rightarrow a \geq 3$ (2)

(1) ∩ (2) $\Rightarrow a = 3$

$\rightarrow B(1,1) \quad A(9,11) \rightarrow y = h(x - x_{راس})^2 + y_{راس}$

$= hx^2 - 10hx + 25h + 3$

$(1,1) \rightarrow 1 = h - 10h + 25h + 3$

$\rightarrow 14h = -2 \rightarrow h = -\frac{1}{4}$

$C = 25h + 3 = -\frac{25}{4} + 3 = -\frac{13}{4}$ $\rightarrow$ فاصله تا سهمی $= \boxed{3\frac{1}{4}}$

PqPCO

Subject: Date: Sa Su Mo Tu We Th Fr

۷) $ax^2 - ax - b = 0$

$S = 1$

$P = \frac{-b}{a}$ $\quad 4\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$

$20(\alpha^2 + \beta^2) + 20\beta^2 - 20\beta = 17$

α, β در رابطه $\rightarrow a\beta^2 - a\beta = b$

گذاریم $\rightarrow a(\beta^2 - \beta) = b \rightarrow \beta^2 - \beta = \frac{b}{a}$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 + \frac{2b}{a}$ $\quad 20(1 + \frac{2b}{a}) + 20(\frac{b}{a}) = 17$

$\rightarrow \frac{40b}{a} + \frac{20b}{a} = -3$

$\Rightarrow -3a = 60b$

$a = -20b$

$\alpha - \beta = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 + 4ab}}{\sqrt{a^2}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{5}a^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

(سمت راست: $a^2 + 4ab$ مثبت، a^2 مثبت)

۸)

$(-2, \beta), (1, \beta)$ را y برابر $\rightarrow \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2} = \frac{-b}{2a} = \frac{x_s}{x_s}$

$y = a(x - x_s)^2 + y_s = a(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} = ax^2 + ax + \frac{a}{4} - \frac{1}{2}$

$c = \frac{a}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}$ $\quad y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$

$(1, \beta) \rightarrow \beta = \frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$

۹) $x^2 + 4x + a = 0$ $\quad S = -4$ $\quad P = a$

$2(\alpha^2 + \beta^2) + \alpha = 2(S^2 - 2P) + \alpha^2 = 32 - 4a + \alpha^2 = 80 + 15\sqrt{2}$

$\rightarrow \alpha^2 - 4a = 48 + 12\sqrt{2}$

$\alpha+\beta=-4$

$\alpha-\beta=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{36-4a}}{1}=\sqrt{36-4a}=2\sqrt{9-a}$

$\alpha+\beta+\alpha-\beta=-4-2\sqrt{9-a} \Rightarrow \alpha=-3-\sqrt{9-a}$

$\Rightarrow \alpha^2=9+9-a+4\sqrt{9-a}$

$=18-a+4\sqrt{9-a}$

$\Rightarrow \alpha^2-4a=18-a+4\sqrt{9-a}-4a=18-5a+4\sqrt{9-a}=12+12\sqrt{2}$

$\Rightarrow 5a-4\sqrt{9-a}=5-12\sqrt{2}$

$\Rightarrow a=1$

اگر a برابر با یک باشد تساوی برقرار می‌شود

1e)

$\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=\frac{m+14}{36}$

$\alpha\beta=\frac{1}{36} \rightarrow \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{\frac{m+14}{36}}{\frac{1}{36}}=m+14$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}=5 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}}=m+14+\frac{2}{\sqrt{\frac{1}{36}}}$

$=m+14+\frac{2}{\frac{1}{6}}=m+26=25 \Rightarrow m=-1$

$\Rightarrow mx^2+5x+2=-x^2+5x+2$

$\Rightarrow P=\frac{b}{a}=\frac{5}{-1}=-5$