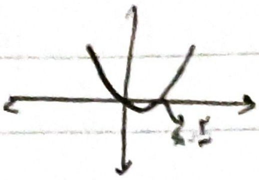
سینا ناظمی

۱ـ

الف) $y = ۳x^۲ - ۲x \rightarrow x(\overbrace{۳x - ۲}^{\frac{۲}{۳}}) = ۰$

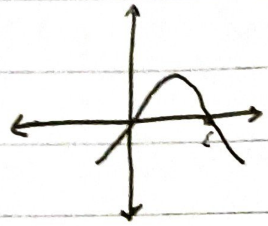
$x = ۰$



ناحیه سوم

مختصات رأس $= (\frac{۱}{۳} , -\frac{۱}{۳})$

ب) $y = -x^۲ + ۴x \rightarrow -\underbrace{x}_{۰}\underbrace{(x - ۴)}_{۴} = ۰$



ناحیه دوم

$a < ۰$
$c > ۰$

مختصات $= (۲ , ۴)$

۲ـ ۱ و ۳، ۴

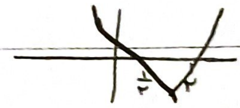
الف)
$y = ۲x^۲ - ۵x + ۲$

$x = \frac{۵ \pm \sqrt{۹}}{۴}$

$x = ۲$
$x = \frac{۱}{۲}$

$a > ۰$

مختصات $\rightarrow (\frac{۵}{۴} , -\frac{۹}{۸})$

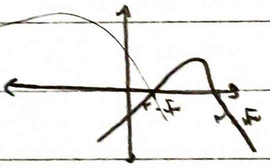


ب) $y = -x^۲ + ۴x - ۱$

$x = \frac{-۴ \pm \sqrt{۱۲}}{-۲} = ۲ \pm \sqrt{۳}$

$a < ۰$

مختصات $\rightarrow (۲ , \frac{\sqrt{۳}}{۲})$



۱، ۳ و ۴

۳ـ

$\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \boxed{\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = ۱ - (-۶) = \boxed{۷}$

$\alpha^۳ + \beta^۳ = S^۳ - ۳SP \rightarrow ۱ - (-۹) = \boxed{۱۰}$

$\alpha^۳ - \beta^۳ = (\alpha - \beta)(\alpha^۲ + \beta^۲ + \alpha\beta) \rightarrow (\sqrt{۱۳})(۴) = \boxed{۴\sqrt{۱۳}}$

۴ـ

$x^۲ - ax + a$ $\Delta < ۰$ $a^۲ - ۴a < ۰$ $a(a - ۴) < ۰$

۰ ۴
+ − +

$x^۲ - ax + a = (x - ۲)^۲ = x^۲ - ax + a = x^۲ - ۴x + ۴ \Rightarrow a = ۴$

$(۰ , ۴) \cup \{۴\} = \boxed{(۰ , ۴]}$

۵- $۳x^۲ - ۱۲x - a = ۰$ $\qquad \alpha^۲ - ۴\alpha = \frac{a}{۳}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ + \underbrace{\alpha^۲ - ۴\alpha}_{-P} = ۷$ $\qquad P = -\frac{a}{۳}$

$S^۲ - ۲P - P = ۷$

$S^۲ - ۳P = ۷$

$۱۶ + a = ۷ \rightarrow a = -۹$

$۳x^۲ - ۱۲x + ۹ = x^۲ - ۴x + ۳ = \underbrace{(x-۳)}_{۳}\underbrace{(x-۱)}_{۱}$

$-\frac{۹}{۳} = \boxed{-۳}$

۶- $(۷ - ۲a, a - ۲), \ (۲a + ۳, a - ۲)$

هم عرض‌اند

$(۵, ۳)$ مختصات $\qquad y = k(x-۵)^۲ + ۳$

$\frac{۷ - ۲a + ۲a + ۳}{۲} = ۵ = \frac{-b}{۲a}$ $\qquad A(۹, ۱)$ $\qquad k(۱-۵)^۲ + ۳ = ۱$

$B(۱, ۱)$ $\qquad k = -\frac{۱}{۸}$

$b = -۱۰a$ $\qquad ۷ - ۲a > ۰$

$۲a < ۷$

$a < \frac{۷}{۲}$ $\qquad -\frac{۱}{۸}(۰ - ۵)^۲ + ۳ = -\frac{۱}{۸}$

$a - ۲ > ۰$

$a > ۲ \Rightarrow a \geq ۳ \Rightarrow a = ۳$

$|-\frac{۱}{۸}| = \boxed{\frac{۱}{۸}}$

۷- $۴\beta^۲ + ۲\alpha^۲ - ۲\beta = ۷$ $\qquad ۲(\alpha^۲ + \beta^۲) + ۲\beta^۲ - ۲\beta =$

$۲(S^۲ - ۲P) + \frac{۲b}{a} = ۱۷$

$a\beta^۲ - a\beta = b$ $\qquad ۲ + \frac{۴b}{a} + \frac{۲b}{a} = ۱۷$ $\qquad P = \frac{۱}{۲}$

$\beta^۲ - \beta = \frac{b}{a}$ $\qquad \frac{۶b}{a} = -۳ \rightarrow \frac{b}{a} = -\frac{۱}{۲}$ $\qquad b = \frac{a}{-۲a}$

$۲\beta^۲ - ۲\beta = \frac{۲b}{a}$ $\qquad a = -۲b$

$(\alpha - \beta)^۲ = S^۲ - ۴P = ۱ - \frac{۱}{۵} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{\frac{۴}{۵}} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} = \boxed{\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}}$

۸- مختصات راس $(-۲, -\frac{۱}{۲})$

$\frac{۱-۵}{۲} = -۲$ طول راس سهمی

$(-۵, \beta)$ و $(۱, \beta)$
هم عرض اند

$y = k(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^۲ - \frac{۱}{۲}$

$\frac{۳}{۲} = k(۰+۲)^۲ - \frac{۱}{۲}$

$\beta = \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} = \boxed{۴}$

$۲ = ۴k \longrightarrow k = \frac{۱}{۲}$

۹-

$x^۲ + ۶x + a$

$x = -۳ \pm \sqrt{۹-a}$

$\alpha = -۳ - \sqrt{۹-a}$

$\alpha^۲ = ۹ + ۹ - a + ۶\sqrt{۹-a}$

$\alpha^۲ = ۱۸ + ۶\sqrt{۹-a} - a$

$۰ + ۶(۰) + a > ۰ \Rightarrow a > ۰$

$۲(\alpha^۲ + \beta^۲) + \alpha^۲ = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۲(S^۲ - ۲P) + \alpha^۲$

$۷۲ - ۴a + ۱۸ + ۶\sqrt{۹-a} - a = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۹۰ + ۶\sqrt{۹-a} - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

$۶\sqrt{۹-a} - ۵a = ۱۲\sqrt{۲} - ۵$

$۵a = ۵$

$a = ۱$

$۶\sqrt{۹-a} = ۱۲\sqrt{۲}$

$\sqrt{۹-a} = ۲\sqrt{۲}$

$\sqrt{۹-a} = \sqrt{۸} \longrightarrow \boxed{a = ۱}$

۱۰-

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}} + \frac{۱}{\sqrt{\beta}} = ۵$

$\frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \Rightarrow \frac{\beta + \alpha + ۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = ۲۵$

$$\frac{\frac{m+۱۴}{۳۶} + ۲ \times \frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۳۶}}$$

$m + ۲۶ = ۲۵ \longrightarrow m = -۱$

$-x^۲ + ۳x + ۲ = ۰$

$P = \frac{۲}{-۱} = \boxed{-۲}$