برگه امتحانی

نام: ابرحیم
نام خانوادگی: مازوچیان — دهم پسر A — تکلیف ۲۵
دبستان:
مدرسه راهنمایی:
دبیرستان:
تاریخ امتحان:
موضوع امتحان:

سوال ۱

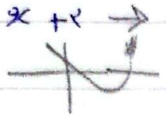
الف) $y=3x^2-2x \to \begin{cases} a>0 \\ x(3x-2)=0 \Rightarrow x=0, \frac{2}{3} \end{cases}$

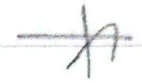
$\Rightarrow$  $\Rightarrow$ از ناحیه سوم نمی‌گذرد

ب) $y=-x^2+4x \to \begin{cases} a<0 \\ x(-x+4)=0 \Rightarrow x=0, 4 \end{cases} \Rightarrow$  ← از ناحیه دوم نمی‌گذرد

سوال ۲

الف) $y=2x^2-5x+2 \to x^2-5x+4=0 \Rightarrow (x-4)(x-1) \Rightarrow x=\frac{1}{2}, \frac{4}{2}=2$

$a>0 \Rightarrow$  $\Rightarrow$ از ناحیه اول و دوم و چهارم می‌گذرد

ب) $y=-x^2+4x-1 \to \{a<0$ ، دو ریشه مثبت$\} \Rightarrow$  ← از ناحیه اول و سوم و چهارم می‌گذرد

سوال ۳

$x^2-x-3=0 \Rightarrow S=1=\alpha+\beta$ و $P=-3=\alpha\beta$ ، $|\alpha-\beta|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\sqrt{13}$

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=1+6=7$

ج) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3PS=1+9=10$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta)=4\sqrt{13}$

سوال ۴

$y=(x-2)(x^2-ax+a)$ ← فقط یک ریشه دارد $\Rightarrow$ ریشه $=2$

و (x^2-ax+a) ← فاقد ریشه است آنگاه $\Delta<0 \Rightarrow a^2-4a<0 \to a(a-4)<0$

$\Rightarrow$ $\begin{array}{ccccc} & 0 & & 4 & \\ + & & - & & + \end{array}$ $a=(0,4) \to 0<a<4$

سوال ۵

$S=4=\alpha+\beta \Rightarrow \beta=\alpha-4 \Rightarrow 2\alpha^2+(\alpha-4)^2-4\alpha-7=0$

$\Rightarrow 2\alpha^2+\alpha^2+16-8\alpha-4\alpha-7=0 \Rightarrow 3\alpha^2-12\alpha+9=0 \to \alpha^2-12\alpha+27$

$\to (\alpha-9)(\alpha-3) \Rightarrow \alpha=3, 1$ = ریشه‌ها $\to -\frac{a}{3}=3 \Rightarrow a=-9$

$\to \frac{-9}{3}=-3$

سوال ۶

$x_{\text{راس}}=\frac{7-2a+2a+3}{2}=5$ — x راس برابر است با میانگین x دو نقطه داده شده

$\Rightarrow S(5,3)$ — $y=p(x-5)^2+3$

$\alpha=3$ — $p=\frac{3-5}{4(3-1)^2}=-\frac{1}{8}$

برگه امتحانی

$a \neq 0 \qquad \alpha = 1 - \beta$

$S = 1 = \alpha + \beta \quad P = \frac{-b}{a}$

سوال ۷

$40\beta^2 + 20(1-\beta)^2 - 20\beta = 17$

$40\beta^2 + 20(1 - 2\beta)^2 - 20\beta = 17$

$40\beta^2 + 20 - 40\beta + 20\beta^2 - 20\beta = 17 \Rightarrow \dots \quad \beta^2 - \beta + \frac{1}{20} = 0$

$\beta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{5}}}{2}$

$|\alpha - \beta| = \left| \frac{1 \pm \frac{2}{\sqrt{5}}}{2} - \frac{1 \pm \frac{2}{\sqrt{5}}}{2} \right| \Rightarrow |\alpha - \beta| = \frac{2}{\sqrt{5}}$

سوال ۸

$y = a(x-h)^2 - \frac{1}{2}$ — عرض از مبدا $= \frac{3}{2} \Rightarrow (0, \frac{3}{2})$ روی سهمی است

$\frac{3}{2} = a(0-h)^2 - \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = ah^2 \qquad 2 = ah^2$

نقطه $(\beta, 0)$ روی سهمی است $\rightarrow 0 = a(\beta - h)^2 - \frac{1}{2}$

نقطه $(-5, 0)$ روی سهمی است $\rightarrow 0 = a(-5-h)^2 - \frac{1}{2}$

$\Rightarrow a(1-h)^2 - \frac{1}{2} = a(-5-h)^2 - \frac{1}{2} \rightarrow a(1-h)^2 = a(-5-h)^2$

$(1-h)^2 = (-5-h)^2 \qquad |1-h| = |-5-h|$

$\Rightarrow \begin{cases} 1-h = 5+h \Rightarrow -2h = 4 \Rightarrow h = -2 \\ 1-h = -5-h \Rightarrow 1 = -5 \text{ ق ق} \end{cases}$

$ah^2 = 2 \rightarrow a(-2)^2 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\beta = \frac{1}{2}(1-(-2))^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 4$

سوال ۹

$\alpha + \beta = -6 \qquad \alpha\beta = a$

$3(-6-\beta)^2 + 2\beta^2 = 58 + 12\sqrt{2} \rightarrow 3(\beta^2 + 12\beta + 36) + 2\beta^2 = 58 + 12\sqrt{2}$

$\rightarrow 5\beta^2 + 36\beta + 50 - 12\sqrt{2} = 0$

$\sqrt{\Delta} = 6 + 20\sqrt{2}$

$\beta < 0 \rightarrow \beta = -4 + 2\sqrt{2}$

$a = -6 - \beta = \boxed{1}$

سوال ۱۰

$3x^2 - (m+14)x + 1 = 0 \qquad S = \frac{m+14}{3}, \quad P = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 5 \rightarrow \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = 5 \rightarrow \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = t$

$\rightarrow t^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = \frac{m+14}{3} + \frac{1}{3} \rightarrow \frac{\sqrt{m+25}}{\frac{4}{1}} = 5$

$m + 25 = 25 \rightarrow m = -1 \rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} = \boxed{-2}$