به نام خدا

امیرعلی میرانی

۱۸,۷۵

۱- ②

الف) $y=۳x^۲-۲x \to a>۰ , a+b> , ab<۰ , \Delta>۰ \to$ ناحیه سوم ✓

ب) $y=-x^۲+۴x \to a<۰ , a+b>۰ , ab<۰ , \Delta>۰ \to$ ناحیه دوم ✓

۲- ②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۲ \to a=۲>۰ , \Delta=۲۵-۱۶>۰ , \frac{c}{a}=۱>۰ , \frac{-b}{a}=\frac{۵}{۲}>۰ \to$ نواحی ۱، ۲ و ۴ ✓

ب) $y=-x^۲+۴x-۱ \to a=-۱<۰ , \Delta=۱۶-۴>۰ , \frac{c}{a}=۱>۰ , \frac{-b}{a}=۴> \to$ نواحی ۱، ۳ و ۴ ✓

۳- ②

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}=\frac{۱}{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱}}=\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۱۳}$ ✓

ب) $\alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=۱-(-۶)=۷$ ✓

ج) $\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳SP=۱-(۳\times-۳)=۱۰$ ✓

د) $\alpha^۳-\beta^۳=(\alpha-\beta)(\alpha^۲+\alpha\beta+\beta^۲)=۴\sqrt{۱۳} \to (\sqrt{۱۳})^۳+۳(-۳)(\sqrt{۱۳})=۱۳\sqrt{۱۳}-۹\sqrt{۱۳}=۴\sqrt{۱۳}$ ✓

۴- ②

$y=(\underbrace{x-۲}_{۲})\underbrace{(x^۲-ax+a)}_{y} \xrightarrow{\text{تک ریشه‌ای}} \Delta y<۰ \to a^۲-۴a<۰ \to a(a-۴)<۰$

$\to \begin{array}{c|c|c|c|c} a & & ۰ & & ۴ \\ \hline & + & & - & + \end{array} \to (۰,۴)$ و یا ۲ $\xrightarrow{\text{هم برای معادله ی دوم ریشه ۲}} ۴-۲a+a=۰ \to ۴-a=۰$

$\boxed{(۰,۴]}$ ✓ $\leftarrow a=۴$

۵- ۱,۵

$۳x^۲-۱۲x+a=۰ \to \alpha+\beta=\frac{۱۲}{۳}=۴ , \alpha\beta=\frac{c}{۳} \to \beta=۴-\alpha$

$۲\alpha^۲+\beta^۲-۴\alpha=۷ \to ۲\alpha^۲+(۴-\alpha)^۲-۴\alpha=۷ \to (۴-\alpha)^۲=۱۶-۸a+a^۲ \to ۲\alpha^۲+\alpha^۲-۸a+۱۶-۴a=۷$

$\to ۳\alpha^۲-۱۲\alpha+۱۶=۷ \to ۳\alpha^۲-۱۲\alpha+۹=۰ \xrightarrow{\div ۳} \alpha^۲-۴\alpha+۳=۰ \to (\alpha-۱)(\alpha-۳)=۰ \to \alpha=۱ , ۳$

$-a=۹ \to \boxed{a=-۹}$

$\to \alpha=۱ , \beta=۳$ یا برعکس $\xrightarrow{\text{ریشه ی بزرگتر}} ۳$ ✓

$\alpha\beta=۳ \to \frac{c}{۳}=۳ \to \cancel{c=۹} \to \frac{c}{\text{ریشه ی بزرگتر}}=\frac{-۹}{۳}=-۳$

۶- ۱,۲۵

$x_S=\frac{۷-۲a+۲a+۳}{۲}=۵$ ✓ $, y_S=۳$ ✓ و $۷-۲a>۰ \to ۷>۲a \to ۳/۵>a$ و $a-۲>۰ \to a>۲ \to a=۳$ ✓

دقت!

$\to y=a(x-h)^{۲}+K \to ۱=a(\underbrace{۱-۵}_{-۴})^{۲}+۳ \to a=\frac{۱}{۲} \to y=\frac{۱}{۲}(\underbrace{۰-۵}_{-۵})+۳=۰/۵$

$(۱,۱)$ ✓

۷- ②

$\alpha+\beta=\frac{a}{a}=۱ , \alpha=۱-\beta \to ۴۰\beta^۲+۲۰(۱-\beta)^۲-۲۰\beta)=۱۷$

$\to ۶۰\beta^۲-۶۰\beta+۳=۰ \xrightarrow{\div ۳} ۲۰\beta^۲-۲۰\beta+۱=۰ \to \beta=\frac{۵\pm۲\sqrt{۵}}{۱۰}$

$\to |x_۱-x_۲|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{۳۲۰}}{۲۰}=\frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$ ✓

$\frac{-۵+۱}{۲} = -۲ = x_s \longrightarrow y = a(x-h)+k = a(x+۲)-\frac{۱}{۲} \to \frac{۳}{۲} = a(۲)-\frac{۱}{۲} \to a = \frac{۱}{۲}$ - ۸

$\to y = a(x-h)+k$ ~~$y = ۲(۱+۲)-\frac{۱}{۲} = ۵/۵$~~ $\to B = \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲-\frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲}-\frac{۱}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$ ✓ ②

$x^۲+۶x+C=0 \to \alpha+\beta=-۶ , \alpha\beta=C \to \beta=-۶-\alpha \longrightarrow ۳\alpha^۲+۲(-۶-\alpha)^۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵$ ۹-

$\to ۳\alpha^۲+۲(\alpha+۶)^۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \to ۳\alpha^۲+۲\alpha^۲+۲۴\alpha+۷۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \to ۵\alpha^۲+۲۴\alpha+۷۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵$ ②

$\to ۵\alpha^۲+۲۴\alpha-۱۳-۱۲\sqrt{۲}=0 \longrightarrow \Delta = ۵۷۶+۲۶۰+۲۴۰\sqrt{۲} = ۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}$

$\to x = \frac{-۲۴\pm\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \to \alpha = \frac{-۲۴-\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \to \beta = \frac{-۲۴+\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \longrightarrow \alpha\beta = a = \frac{۲۸-۲۴۰\sqrt{۲}+۱۲\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰۰} \xrightarrow{\sqrt{۲}\simeq ۱٫۴۴} \simeq ۱ = a$ ✓

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{\beta+\alpha+۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}+۲\times\frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۳۶}}$ ۱۰- ②

$= \frac{\frac{m+۲۶}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} = ۲۵ \to m+۲۶ = ۲۵ \to m=-۱ \longrightarrow \frac{c}{a} = -۲$ ✓

---

۶ - A و B هم‌عرضند پس طول رأس میانگین آنهاست:

$x_s = b = \frac{۷-۲a+۲a+۳}{۲} = ۵ \to S(۵,۳)$

مولفه‌های A و B طبیعی اند:

$$\left.\begin{array}{l} ۷-۲a>0 \to a<۳٫۵ \\ ۲a+۳>0 \to a>-۱٫۵ \\ a-۲>0 \to a>۲ \end{array}\right\} \xrightarrow{\cap} a=۳ \quad A(۹,۱) \quad B(۱,۱)$$

$y-۳ = a(x-۵) \xrightarrow{(۱,۱)} a = -\frac{۱}{۸} \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y-۳ = -\frac{۱}{۸}(x-۵)^۲$

محل برخورد سهمی با محور عرض‌ها:

$y-۳ = -\frac{۱}{۸}(0-۵)^۲ \to y = -\frac{۱}{۸}$

فاصله تا مبدا مختصات ← $\boxed{\frac{۱}{۸}}$