به نام خدا

امیرعلی میرزائی

۱- الف) $y=3x^2-2x \to a>0$ و $a+b>0$ و $ab<0$ و $\Delta>0 \to$ ناحیه‌ی سوم

ب) $y=-x^2+4x \to a<0$ و $a+b>0$ و $ab<0$ و $\Delta>0 \to$ ناحیه‌ی دوم

۲- الف) $y=2x^2-5x+2 \to a=2>0$, $\Delta=25-16>0$, $\frac{c}{a}=1>0$, $\frac{-b}{a}=\frac{5}{2}>0 \to$ نواحی ۱، ۲ و ۴

ب) $y=-x^2+4x-1 \to a=-1<0$, $\Delta=16-4>0$, $\frac{c}{a}=1>0$, $\frac{-b}{a}=4>0 \to$ نواحی ۱، ۳ و ۴

۳- الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}=\frac{1}{\frac{\sqrt{13}}{1}}=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

ب) $\alpha^2+\beta^2=S^2-2P=1-(-6)=7$

ج) $\alpha^3+\beta^3=S^3-3SP=1-(3\times-3)=10$

د) $\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)=4\sqrt{13} \to (\sqrt{13})^3+3(-3)(\sqrt{13})=13\sqrt{13}-9\sqrt{13}=4\sqrt{13}$

۴- $y=\underbrace{(x-2)}_{2}\underbrace{(x^2-ax+a)}_{y} \xrightarrow{\text{۱ ریشه}} \Delta_y<0 \to a^2-4a<0 \to a(a-4)<0$

$\to$ a: ۰ ، ۴ ؛ + | − | + $\to (0,4)$ یا ۲ $\xrightarrow{\text{ریشه‌ی مضاعف}}$ هم برای معادله‌ی دوم ریشه باشد $\to 4-2a+a=0 \to 4-a=0$

$\boxed{(0,4]} \leftarrow a=4$

۵- $3x^2-12x+a=0 \to \alpha+\beta=\frac{12}{3}=4$, $\alpha\beta=\frac{c}{3} \to \beta=4-\alpha$

$2\alpha^2+\beta^2-4\alpha=7 \to 2\alpha^2+(4-\alpha)^2-4\alpha=7 \to (4-\alpha)^2=16-8\alpha+\alpha^2 \to 2\alpha^2+\alpha^2-8\alpha+16-4\alpha=7$

$\to 3\alpha^2-12\alpha+16=7 \to 3\alpha^2-12\alpha+9=0 \xrightarrow{\div 3} \alpha^2-4\alpha+3=0 \to (\alpha-1)(\alpha-3)=0 \to \alpha=1,3$

$\to \alpha=1, \beta=3$ یا برعکس $\xrightarrow{\text{ریشه‌ی بزرگ‌تر}} 3$

$\alpha\beta=3 \to \frac{c}{3}=3 \to c=9 \to \frac{c}{\text{ریشه‌ی بزرگ‌تر}}=\frac{9}{3}=3$

۶- $x_S=\frac{7-2a+2a+3}{2}=5 \to y_S=3$ و $7-2a>0 \to 7>2a \to 3.5>a$ و $a-2>0 \to a>2 \to a=3$

$\to y=a(x-h)+K \to 1=a(\underbrace{1-5}_{-4})+3 \to a=\frac{1}{2} \to y=\frac{1}{2}(\underbrace{0-5}_{-5})+3=0.5$

$(1,1)$

۷- $\alpha+\beta=\frac{a}{a}=1$ و $\alpha=1-\beta \to 40\beta^2+20(1-\beta)^2-20\beta=17$

$\to 60\beta^2-60\beta+3=0 \xrightarrow{\div 3} 20\beta^2-20\beta+1=0 \to \beta=\frac{5\pm2\sqrt{5}}{10}$

$\to |x_1-x_2|=\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=\frac{\sqrt{320}}{20}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\frac{-۵+۱}{۲} = -۲ = x_s \longrightarrow y = a(x-h)+k = a(x+۱)-\frac{۱}{۲} \to \frac{۳}{۲} = a(۲)-\frac{۱}{۲} \to a = \frac{۱}{۲}$ -۸

$\to y = a(x-h)+k$ ~~$y = ۲(\frac{۱}{۲}+۲)-\frac{۱}{۲}=۵/۵$~~ $\to B = \frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲ - \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲} - \frac{۱}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$

$x^۲+۶x+C=0 \to \alpha+\beta=-۶ , \alpha\beta = C \to \beta = -۶-\alpha \longrightarrow ۳\alpha^۲+۲(-۶-\alpha)^۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵$ -۹

$\to ۳\alpha^۲+۲(\alpha+۶)^۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \to ۳\alpha^۲+۲\alpha^۲+۲۴\alpha+۷۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \to ۵\alpha^۲+۲۴\alpha+۷۲ = ۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$\to ۵\alpha^۲+۲۴\alpha-۱۳-۱۲\sqrt{۲}=0 \longrightarrow \Delta = ۵۷۶+۲۶۰+۲۴۰\sqrt{۲} = ۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}$

$\to x = \frac{-۲۴\pm\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \to \alpha = \frac{-۲۴-\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \to \beta = \frac{-۲۴+\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰} \to \alpha\beta = a = \frac{۲۸-۲۴۰\sqrt{۲}+۱۲\sqrt{۸۳۶+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰۰}$

$\xrightarrow{\sqrt{۲}\simeq۱/۴۴} \simeq ۱ = a$

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} = ۵ \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{\beta+\alpha+۲\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta} = \frac{\frac{m+۱۴}{۳۶}+۲\times\frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۳۶}}$ -۱۰

$= \frac{\frac{m+۲۶}{۳۶}}{\frac{۱}{۳۶}} = ۲۵ \to m+۲۶ = ۲۵ \to m=-۱ \longrightarrow \frac{c}{a} = -۲$