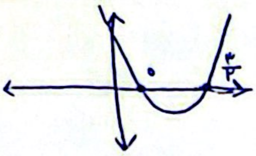
نام و نام خانوادگی : سپهر یدالهی — تکلیف شماره : ۲۵ — نام کلاس : دهم پسر ۲

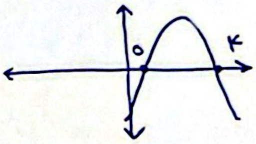
۱

الف) $3x^2 - 2x \Rightarrow x(3x-2)$ → $x = 0$ ، $x = \frac{2}{3}$ — $a > 0$ مینیمم دارد



از ناحیه ۳ نمی گذرد

ب) $-x^2 + 4x \Rightarrow x(-x+4)$ → $x = 0$ ، $x = 4$ — $a < 0$ ماکزیمم دارد



از ناحیه دوم نمی گذرد

۲

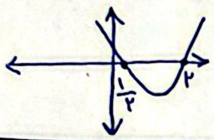
الف) $2x^2 - 5x + 2 =$

$a > 0 \rightarrow \min$

$\Delta = 25 - 4(2)(2) = 9$

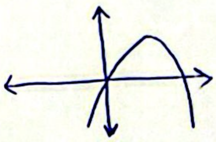
$x = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ ، $x = 2$

از نواحی اول ، دوم و چهارم
محور مختصات عبور می کند



$-x^2 + 4x - 1 \Rightarrow \Delta = 16 - 4(-1)(-1) = 12 = 2\sqrt{3}$

$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{-2}$ → $\frac{-2(2+\sqrt{3})}{-2} = 2+\sqrt{3} > 0$ ، $\frac{-2(2-\sqrt{3})}{-2} = 2-\sqrt{3} > 0$



از نواحی اول و سوم و چهارم عبور می کند

۳

الف) $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$\frac{\sqrt{13}}{1} = \alpha - \beta = \sqrt{13}$ و $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1$

$\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \frac{1}{\sqrt{13}}$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$

$1^2 - 2(-3) = \boxed{7}$

$(-\frac{b}{a})$ ، $+\frac{c}{a}$

ج) $\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS$

$-\frac{b}{a} = S = 1$ ، $\frac{c}{a} = -3 = P$

$1 - 3(-3)(1) = \boxed{10}$

د) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)^3 + 3\alpha\beta(\alpha - \beta)$

$(\sqrt{13})^3 + 3(-3)(\sqrt{13})$

$= 13\sqrt{13} - 9\sqrt{13} = \boxed{4\sqrt{13}}$

۴

$(x-2)(x^2 - ax + a)$

(۱) معادله درجه دو ریشه نداشته باشد

$\Delta = a^2 - 4a < 0$

$a(a-4) < 0$ → $\boxed{0 < a < 4}$ → (۱)

(۲) ریشه $x = 2$ برای هر دو عبارت باشد

$2^2 - 2a + a = 0$ ، $4 - a = 0$ → $\boxed{a = 4}$ → (۲)

~~(۳) معادله درجه ۲ ریشه مضاعف~~

$D \cap ② \rightarrow \boxed{0 < a \leq 4}$

۵

$\alpha + \beta = \frac{12}{3} = 4 \longrightarrow \beta = 4 - \alpha \xrightarrow{\text{جایگذاری } \alpha} 3\alpha^2 - 12\alpha - a = 0$ ، $a = 3\alpha^2 - 12a$

$2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 4\alpha = 7$

$2\alpha^2 + 16 - 8\alpha + \alpha^2 - 4\alpha = 7$

$3\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 0$

$\div 3$

$\alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0$

$(\alpha - 1)(\alpha - 3) = 0$

$\alpha = 1$ یا $\alpha = 3$

$\alpha = 1 \rightarrow a = 3 - 12 = -9$

$3\alpha^2 - 12a + 9 = 0$

ریشه ها = ۱ و ۳ ، $\frac{a}{\text{ریشه ندارند}} = \frac{-9}{3} = \boxed{-3}$

$\alpha = 3 \rightarrow a = 27 - 36 = -9$

همان حالت قبل پس جواب $\boxed{-3}$ است

هم عرض‌اند $\xrightarrow{\text{رأس}} x_S = \dfrac{(2a+3)(7-2a)}{2} = \dfrac{10}{2} = 5 \rightarrow b=5$ $\quad d = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

$S = (b, b-2) \Rightarrow S(5, 3)$ $\quad \sqrt{(5 \pm 2\sqrt{6})^2} = |5 \pm 2\sqrt{6}|$ $\quad \boxed{5-2\sqrt{6}}$

مولفه‌های طبیعی یعنی $\rightarrow a-2>0 \quad 2a+3>0 \quad 7-2a>0$

$a-2>0 \quad a>2 \qquad 7-2a>0 \quad a<3.5 \qquad 2<a<3.5 \rightarrow$ تنها عدد طبیعی بین آنها 3

$a=3 \rightarrow A(9,1)$ و $B(1,1)$ و رأس $(5,3)$

$y = n(x-5)^2 + 3 \xrightarrow{\text{جایگذاری } A} 1 = n(4)^2 + 3 \qquad n = -\dfrac{1}{8}$

$\rightarrow y = -\dfrac{1}{8}(x-5)^2 + 3 \quad \xrightarrow{\text{برخورد با محور عرض‌ها}} \quad 0 = -\dfrac{1}{8}(x-5)^2 + 3 \rightarrow (x-5)^2 = 24$

۶

$\alpha + \beta = \dfrac{-(-a)}{a} = 1 \qquad \alpha = 1 - \beta \qquad 40\beta^2 + 20(1-\beta)^2 - 20\beta = 17$

$\div 3 \quad 60\beta^2 - 60\beta + 3 = 0$

$20\beta^2 - 20\beta + 1 = 0$

$\beta = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{40} \qquad \beta = \dfrac{5 \pm 2\sqrt{5}}{10}$

$|x_1 - x_2| = \dfrac{\sqrt{\Delta}}{|A|} = \dfrac{\sqrt{(-20)^2 - 4(20)(1)}}{20} = \dfrac{\sqrt{320}}{20} = \boxed{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}}$

۷

$x_{\text{رأس}} = \dfrac{1 + (-5)}{2} = -2 \qquad y_{\text{رأس}} = -\dfrac{1}{2} \qquad \left(-2, -\dfrac{1}{2}\right)$

$y = a(x+2)^2 - \dfrac{1}{2} \xrightarrow{(0, \frac{3}{2})} y = a(0+2)^2 - \dfrac{1}{2}$

$a = \dfrac{1}{2}$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری } (1, B)} B = \dfrac{1}{2}(1+2)^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} \times 9 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{2} - \dfrac{1}{2} = \boxed{k = B}$

۸

$\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a} = -6 \qquad \alpha\beta = \dfrac{c}{a} = a \qquad 45 + 6t + 5t^2 = 85 + 12\sqrt{2}$

$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4a = 9 - a \qquad 5t^2 + 6t - 40 - 12\sqrt{2} = 0$

$\alpha, \beta = -3 \pm \underbrace{\sqrt{9-a}}_{t}$ $\quad$ اگر بخواهیم عامل $12\sqrt{2}$ را حذف کنیم t باید عامل $\sqrt{2}$ داشته باشد $\quad t = k\sqrt{2} \rightarrow 5(2k^2) + 6k\sqrt{2} - 40 - 12\sqrt{2} = 0$

$\alpha < \beta \qquad 10k^2 - 40 + (6k - 12)\sqrt{2} = 0$

$\alpha = -3 - t \qquad 6k - 12 = 0 \rightarrow k = 2$

$\beta = -3 + t \qquad t = 2\sqrt{2} \rightarrow t^2 = 9 - a \rightarrow \boxed{a = 1}$

$\alpha^2 = (-3-t)^2 = 9 + 6t + t^2 \quad \beta^2 = (-3+t)^2 = 9 - 6t + t^2 \rightarrow 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3(9 + 6t + t^2) + 2(9 - 6t + t^2)$

۹

$\dfrac{1}{\sqrt{x_1}} + \dfrac{1}{\sqrt{x_2}} = 5 \longrightarrow x_1 + x_2 = \dfrac{m+14}{36} \qquad x_1 x_2 = \dfrac{1}{36}$

$\dfrac{1}{\sqrt{x_1}} + \dfrac{1}{\sqrt{x_2}} = \dfrac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1 x_2}} \Rightarrow \overbrace{x_1 x_2}^{A} = \dfrac{1}{36} \rightarrow \sqrt{A} = \dfrac{1}{6}$

$-1x^2 + 3x + 2 = 0$

$P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{+2}{-1} = \boxed{-2}$

$\dfrac{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}{\frac{1}{6}} = 6(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) = 5 \qquad 25 = m + 14 + 12$

$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \dfrac{5}{6} \qquad m = -1$

$\rightarrow (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 = \left(\dfrac{5}{6}\right)^2 \rightarrow \dfrac{25}{36} = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} \rightarrow \left[\dfrac{25}{36} = \dfrac{m+14}{36} + 2\left(\dfrac{1}{6}\right)\right] \times 36$

۱۰