آرین عباسی

۱) الف) $a>0$ مینیمم min $\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}$ $\frac{c}{a}=0$ ← از مرکز تابا صفرات می گذرد. ← نقاط سبز ✓

$\frac{-b}{2a}=\frac{2}{4}=\frac{b}{4a}$

ب) $a<0$ max $\frac{-b}{2a}\to\frac{-4}{-2}\to 2$ $\frac{c}{a}=0$ مرکز صفرات

$\frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2$ ✓

۱۷٫۷۵

۲) الف) $a>0$ min $\Delta=16-14=9>0$ عرض از مبدا $=2$

$x_1\to\frac{4+2}{4}\to 2$ $x_2\to\frac{4-2}{4}\to\frac{1}{2}$

از نقاط اول و دوم عبور می کند ✓

ب) $a<0$ عرض از مبدا $=-1$

$\Delta=16-4\times 3=4>0$

$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{-2}\to$ مرز بین مثبت و منفی است

نزولی اول و دوم ✓

۳) الف) $\frac{-b}{a}=\frac{4}{1}=4$ $\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\to\frac{\sqrt{12}}{1}$ $\Delta=16-4=12$

$\frac{1}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{12}}{12}$ ✓

ب) $\frac{-b}{a}=4$ $\frac{c}{a}=-2$

$(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\to 4^2-2(-2)=$

$16+4=20$ ✓

ج) $(1)^3-3(-2)(1)-14=6$ ✓

$5^3-3\times 2\times 5$

د) $(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)\to$

$\sqrt{12}$ $(20-4)=4\sqrt{12}$ ✓

۴) به ازای $x=1$

$x^2-ax+a=0\to\Delta=a^2-4a\to a(a-4)\to$

$\Delta=0\to\begin{cases}a=0\\a=4\end{cases}$ غ ق

اگر $x=2$ باشد جواب صحیح است ولی مضاعف می‌شود

جواب $0<a\le 4$

$\Delta<0\to a(a-4)<0$

$0<a<4$ ✓

حالت دوم: x^2-ax+a ریشه مضاعف

$x=2$ ریشه! ← $a=4$

۵) $3\alpha^2-12\alpha=a\to\alpha^2-4\alpha=\frac{a}{3}$

$\alpha^2+\beta^2=14+\frac{2a}{3}$

$14+\frac{2a}{3}+\frac{a}{3}=7\to 14+a=7\to a=-7$ ✓

معادله $=3x^2-12x+9$

$x^2-4x+3=0\to(x-1)(x-3)$

ریشه بزرگتر

$\frac{-9}{3}=-3$ ✓

۶) $\Delta=0\to 2a+3+7-2a\to 10\to\frac{10}{2}=5=b\to(5,3)$ یکی

$a-2>1\to a>3$ $a-2<1\to a<3$ $\Rightarrow a=2$

$\begin{cases}2a+3\to 9\to(9,0)\\a-2\to 1\\7-2a\to 1\end{cases}$

$A(9-5)^2+3\to$

$1=16A+3$

$A=-\frac{1}{8}$

عرض از مبدا $\to x=0$

$y=-\frac{1}{8}(25)+3\to-\frac{25}{8}+\frac{24}{8}\to\left(-\frac{1}{8}\right)$ ✓

فاصله $=\frac{1}{8}$

۷) $ax^2-ax-b=0\to\alpha\beta^2-\alpha\beta-b=0\to\beta^2=\beta+\frac{b}{a}$

$\alpha^2=\alpha+\frac{b}{a}$

$\begin{cases}25(\beta+\frac{b}{a})+25(\alpha+\frac{b}{a})-25\beta=17\to\\(25\beta-25\beta)+25\alpha+50\frac{b}{a}=17\to\end{cases}$

$25(\alpha+\beta)+50\frac{b}{a}=17\to$

$25+50\frac{b}{a}=17\to 50\frac{b}{a}=-8\to\frac{b}{a}=-\frac{1}{25}$

$\frac{c}{a}=\frac{-b}{a}=\frac{a}{a}=1$

$|\alpha-\beta|=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta}=$

$\sqrt{(1)^2-4(\frac{1}{25})}=\sqrt{1-\frac{4}{25}}=\sqrt{\frac{21}{25}}$

$\frac{\sqrt{21}}{5}$ ✓

جایگزاری β

مرز ریشه‌ها $=-\frac{b}{a}\to\frac{b}{a}=\frac{1}{25}\to\frac{-b}{a}=\frac{1}{25}$

۸) $\frac{۱+-۵}{۲}=-۲ \to (-۲,-\frac{۱}{۲}) \to y=a(x+۲)^۲-\frac{۱}{۲}$ (۲)

$\frac{۳}{۲}=a(۰+۲)^۲-\frac{۱}{۲} \to \frac{۳}{۲}=۴a-\frac{۱}{۲} \to$

$۴a=۲ \to a=\frac{۱}{۲}$

$y=\frac{۱}{۲}(۱+۲)^۲-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}(۹)-\frac{۱}{۲}=۴=B$ ✓

۹) $\alpha+\beta=\frac{-b}{a}=-۶$ ✓

$\alpha\beta=a$

$۴\alpha^۲+\beta^۲=۲۹-۲a$

$\beta=-۶-a$ (۰/۲۵)

$۳\alpha^۲+۲(-۶-\alpha)^۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \to (-۶-\alpha)^۲=\alpha^۲+۱۲\alpha+۳۶ \to ۳\alpha^۲+۲(\alpha^۲+۱۲\alpha+۳۶)$

$۱۲\sqrt{۱۲}+۸۵$

$۳\alpha^۲+۲\alpha^۲+۲۴\alpha+۷۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵ \Rightarrow$

$۵\alpha^۲+۲۴\alpha-۱۳-۱۲\sqrt{۲}=۰$

$\frac{-۵\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{-۲۴\pm\sqrt{۲۴^۲-۴(۵)(-۱۳-۱۲\sqrt{۲})}}{۱۰} \to$

$a=\alpha\beta \leftarrow \frac{-۲۴\pm\sqrt{۸۲۹+۲۴۰\sqrt{۲}}}{۱۰}$

---

۱۰) $۲۹x^۲-(m+۱۴)x+۱ \to \alpha+\beta=\frac{m+۱۴}{۲۹}$ (۲)

$\alpha\beta=\frac{۱}{۲۹}$

$\sqrt{\frac{۱}{\alpha}}+\sqrt{\frac{۱}{\beta}}=۵ \to \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵ \to \frac{۵}{۷}=\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta} \to \alpha+\beta+۲\sqrt{\alpha\beta}=\frac{۲۵}{۲۹}$

$\frac{m+۱۴}{۲۹}+\frac{۲}{۷} \to \frac{۳۳}{۲۹}$

$\frac{۱۲}{۲۹}=\frac{۱}{۲}=\frac{m+۱۴}{۲۹} \leftarrow m=-۱$ ✓ $\leftarrow -x^۲+۲x+۳ \leftarrow \frac{۲}{-۱}=\frac{c}{a} \leftarrow -۳$ ✓

۹- $۳\alpha^۲+۲\beta^۲=\frac{۵}{۲}(\alpha^۲+\beta^۲)+\frac{۱}{۲}(\alpha^۲-\beta^۲)=\frac{۵}{۲}(S^۲-۲P)+\frac{۱}{۲}(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$

$\frac{۵}{۲}(S^۲-۲P)+\frac{۱}{۲}S\sqrt{۲۹-۴a}=\frac{۵}{۲}(۲۹-۲a)-\frac{۱}{۲}(-۶)\sqrt{۲۹-۴a}=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$۹۰-۵a+۳\sqrt{۲۹-۴a}=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

$۸۵ \to a=۱$ $\quad ۱۲\sqrt{۲} \to a=۱$