امین خالوئی دهم الف

۱۴,۷۵

سؤال ۱)

ب) $y = x(4-x)$

از ناحیه دوم عبور نمی‌کند ✓

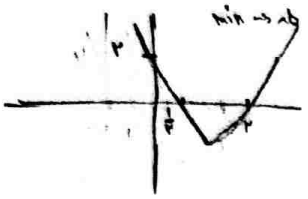
الف) $y = x(3x-2)$

از ناحیه سوم عبور نمی‌کند ✓

(۲)

سؤال ۲)

الف) $= 2x^2 - 5x + 2$ $\quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} \begin{cases} x=2 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$

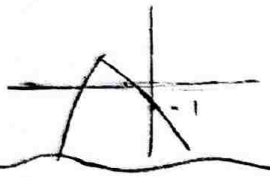


گذرا از نواحی ۱ و ۲ و ۴ ✓

(۱)

ب) $= -x^2 + 4x - 1$ $\quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-4}}{-2} \rightarrow -2 \pm \sqrt{3}$ هر دو ریشه منفی‌اند

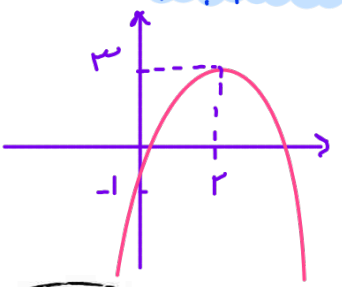
دقت! -2 طه $\rightarrow$ ۳۵۸



گذرا از نواحی ۲ و ۳ و ۴

$ext \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ 3 \end{cases}$

اول سوم چهارم



سؤال ۳)

$x^2 - x - 3 =$ ~~$S=3$~~ ~~$P=1$~~ $\quad P = \frac{c}{a} = -3$ ضرب

$S = -\frac{b}{a} = 1$ جمع

الف) $\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta} = \frac{1}{\sqrt{1+12}} \rightarrow \frac{\sqrt{13}}{13}$ ✓

ب) $S^2 - 2P \rightarrow 1 - 2(-3) \rightarrow 7$ ✓

ج) $S^3 - 3SP \rightarrow 1 + 21 = 10$ ~~-3~~ دقت!

د) $(\alpha-\beta)(\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta) \rightarrow (\sqrt{13})(4) \rightarrow 4\sqrt{13}$ ~~$\sqrt{13}$~~ ✓

$\alpha^2+\beta^2+\alpha\beta = S^2 - P = 7 - (-3) = 4$

(۱,۲۵)

سؤال ۴)

$a=2 \rightarrow (x-2)^2 \rightarrow x^2 - 4x + 4 = x^2 - ax + a \rightarrow a = 4$ ✓

(۱)

$(\alpha^2+\beta^2) + \alpha^2 - 4\alpha = 7$ $\quad S=4$ $\quad P=\frac{a}{3}$

$14 + \frac{2a}{3} + \alpha^2 - \alpha^2 + \frac{a}{3} = 7$

$14 + a = 7$

$a = -9$ دقت!

$-12\alpha = -3\alpha^2 + a \rightarrow -4\alpha = -\alpha^2 + \frac{a}{3}$

معادله بازنویسی شده $\rightarrow 3x^2 - 12x + 9 \rightarrow x^2 - 4x + 3 \rightarrow (x-3)(x-1) = 0$

$x=1$ ~~$x=3$~~

$\frac{a}{\text{ایستگاه بنزین}} \rightarrow -\frac{9}{3} = -3$

(۱,۷۵)

سؤال ۴) به دلیل شرط طبیعی بودن مؤلفه‌ها $\leftarrow a=3$ ✓

$x_S = \frac{7-12a+12a+3}{2} = \frac{10}{2} = b$ $\quad y_S = 5-4 = 1$ $\quad (5,1)$

$a=3, b=5$

$y = a'(x-x_S)^2 + y_S \xrightarrow{(1,1)} 1 = a'(1-5)^2 + 1 \rightarrow a' = -\frac{1}{8}$

$y = -\frac{1}{8}(x-5)^2 + 1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{25}{8} + \frac{24}{8} \rightarrow y = -\frac{1}{8}$ ✓

(۲)

فاصله $= \frac{1}{8}$

سوال ۷)

$ax^2 - ax - b = 0$

$P = -\frac{b}{a} \quad S = +1$

$a\alpha^2 - a\alpha = b \xrightarrow{\div a} \alpha^2 - \alpha = \frac{b}{a}$

$۲۰(\underbrace{\alpha^2+\beta^2}_{S^2-2P}) + ۲۰(\beta^2 - \beta) = ۱۷$

$۲۰(۱ + ۲\frac{b}{a}) + ۲۰(\frac{b}{a}) = ۱۷$

$۲۰ + ۶۰\frac{b}{a} = ۱۷ \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-۱}{۲۰} \rightarrow b = \frac{-۱}{۲۰}a$ ✓

فاصله $= \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \left(\frac{\sqrt{a^2+۴ab}}{|a|}\right)^۲ = \frac{۴}{۵}$ ~~۵~~ $\frac{۲}{\sqrt{۵}}$

۷, ۷۵

سوال ۸)

$y = a(x-x_S)^2 + y_S \longrightarrow y = a(x+۲)^2 - \frac{۱}{۲} \xrightarrow{(۰,\frac{۳}{۲})} ۲ = ۴a \rightarrow a = \frac{۱}{۲}$ (۲)

$ext\left[\begin{matrix}-۲ \\ \frac{-۱}{۲}\end{matrix}\right. \Rightarrow y = \frac{۱}{۲}(x+۲)^2 - \frac{۱}{۲} \xrightarrow[(-۵,B)(۱,B)]{\text{جایگذاری}} B = ۴$ ✓

سوال ۹)

$\alpha^2 = -۴\alpha - a \quad \beta^2 = -۴\beta - a$

$a = \alpha\cdot\beta = (-۳-۲\sqrt{۲})(-۳+۲\sqrt{۲}) \rightarrow ①$ ✓

$S \rightarrow -۴ = -۲p \rightarrow p = ۳$

$\alpha = -۳+\sqrt{۲}q \;/\; \beta = -۳-\sqrt{۲}q \rightarrow \alpha^2 = ۹ - ۶\sqrt{۲}q + ۲q^2 \;/\; \beta^2 = ۹ + ۶\sqrt{۲}q + ۲q^2$ I

$۳\alpha^2 + ۲\beta^2 = ۱۲\sqrt{۲} + ۸۵$

I جایگذاری $\xrightarrow{I}$ $۱۰q^2 - ۹q\sqrt{۲} = ۱۲\sqrt{۲} \rightarrow q = ۲$

(۲)

سوال ۱۰)

$S \rightarrow \frac{۱}{۲۵} = \frac{m+۱۴}{۳۹} \Rightarrow ۳۹ = ۲۵m + ۳۵۰ \rightarrow -۳۱۶ = ۲۵m \rightarrow m = \frac{-۳۱۶}{۲۵}$

$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{۲}{۳۹} \rightarrow \frac{۵۰}{۳۱۶}$

۰

۴- حالت دوم: $x^2 - ax + a$ ریشه نداشته باشد!

$\Delta < ۰ \rightarrow a^2 - ۴a < ۰$

$۰ < a < ۴$ ∩ جواب $۰ < a \leq ۴$

۷-

$S = \alpha + \beta = ۱ \rightarrow \alpha = ۱ - \beta$

$۴۰\beta^2 + ۲۰(۱-\beta)^2 - ۲۰\beta - ۱۷ = ۰ \rightarrow ۲۰\beta^2 - ۲۰\beta + ۱ = ۰ \rightarrow \beta = \frac{۱۰ \mp \sqrt{۸۰}}{۲۰}$

اختلاف ریشه‌ها: $|\alpha - \beta| = |۱ - ۲\beta| = \left|۱ - ۲\left(\frac{۱۰ \mp \sqrt{۸۰}}{۲۰}\right)\right| = \frac{۲}{\sqrt{۵}}$

$$A = \sqrt{\frac{1}{x_1}} + \sqrt{\frac{1}{x_2}} = 5$$

$$A^2 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + 2\sqrt{\frac{1}{x_1 x_2}} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} + 2\sqrt{\frac{1}{x_1 x_2}} = \frac{5}{6} + 2\sqrt{\frac{1}{6}} = 25$$

$$m + 14 + 2(4) = 25 \rightarrow m = -1 \qquad p' = \frac{c}{a} = \frac{2}{m} = \boxed{-2}$$