Subject: Date:

۷/ حل مسائل

۱)

جدول تعیین علامت

	۱	۳	
	+	-	+

$x^2 + ax + b$ ریشه‌ها $= 1, 3$ $\Rightarrow (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow a = -4$

$b = 3$

$a + b = -1$

۲)

$(2k-2)x + m - 1 = (2x - 3m)^2$ ریشه مضاعف

	مضاعف	
x	-1	4
P	$+$	$-$

$x = -3m \Rightarrow 3m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$

$(2k-2)x + m - 1$ ریشه $= 4 \Rightarrow x = 0$ $8k - 10 + m - 1 = 0$

$p < 0$

$8k + m - 11 < 0$

$8k + m < 11$

$4k + m + 4k < 11$

$9 + 4k < 11$

$4k < 2$

$k < 2$

با توجه به اینکه k عددی طبیعی است $\Rightarrow k = 1$ و $m = 3$

$\frac{m}{n} + k = \frac{3}{-\frac{1}{3}} + 1 = -14$

۳)

$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{3}{2} > 0 \quad \cdots \quad -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 7 > \frac{7}{2}$

$\times(-2)$

$x^2 - 4x - 3 < 0$

	-1		3	
	$+$	$-$	$+$	

$(x+1)(x-3) < 0$

جواب نامعادله $= (a, b) = (-1, 3)$

$b - a = 3 - (-1) = 4$

Subject: Date:

۴)

$$f(x) = x^4 - 3x^2 - x + 3 = x(x^2-1) - 3(x^2-1) =$$
$$(x^2-1)(x-3) = (x-1)(x+1)(x-3)$$

x	-1	1	3
$f(x)$	$-$	$+$	$-$

منفی در x های مثبت

$\rightarrow$ وسط بازه $= 2$

$[a,b] = [1,3]$

$f(2) = 8 - 12 - 2 + 3$

$= \boxed{-3}$

۵) $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$

< 0

عبارت همواره پایین محور x ها می‌رود پس برای هیچ مقداری از a عبارت همواره مثبت نمی‌شود

۶)

$$\frac{m(m^3+m)}{m-2} = \frac{m(m(m^2+1))}{m-2} = \frac{m^2(m^2+1)}{m-2}$$

$m - 2 \neq 0 \rightarrow \boxed{m \neq 2}$

صورت همواره مثبت. مخرج باید مثبت باشد.

اگر $m = 0$ باشد عبارت صفری می‌شود و عبارت بزرگتر از صفر نیست

PAPCO

Subject: Date:

Sa Su Mo Tu We Th Fr

۷۱

$$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} \leq 0$$

x^2+x+1 عبارت همواره مثبت $\longleftarrow$ $a>0$ $\Delta<0$

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$ $\longrightarrow$

x	-2		2		3
	$+$	$-$	$-$	$+$	$+$

$$x \in [-2, 2) \cup [3, +\infty)$$

۸۱

$$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2 \rightarrow \frac{3x^2-2x}{x^2+4} - 2 < 0$$

$$\frac{3x^2-2x-2x^2-8}{x^2+4} < 0$$

$$\frac{x^2-2x-8}{(x^2+4)} \quad \text{صورت مثبت}$$

$$\frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4} < 0$$

x	-2		4
	$+$	$-$	$+$

$$x \in (-2, 4) = (a, b)$$

$$b-a = 4-(-2) = 6$$

P4PCO

Subject: Date:

۹)

$$-1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0$$

$$\begin{cases} \frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \\ \frac{3x^2-4x}{x+1} > -1 \end{cases}$$

$$\frac{x(3x-4)}{x+1} < 0 \rightarrow \begin{array}{ccccc} & - & -1 & + & \frac{4}{3} \\ - & \phi & + & \phi & - \end{array}$$

$x \in (-\infty, -1) \cup (0, \frac{4}{3})$ الف

$$\frac{3x^2-4x}{x+1} > -1 \rightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1} + 1 > 0 \rightarrow \frac{3x^2-x+1}{x+1} > 0$$

$3x^2 - x + 1$ عبارت همواره مثبت $\Leftarrow \Delta < 0 \quad a > 0$

$$\rightarrow \begin{array}{ccc} & - & -1 \\ + & \phi & - \end{array}$$

$x \in (-1, +\infty)$ ب

$$x \in (0, \frac{4}{3}) = \text{الف} \cap \text{ب}$$

۱۰) $\frac{x^2-10}{x} \leq 3 \rightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \leq 0$

$$\frac{x^2-3x-10}{x} \leq 0$$

$$\frac{(x-5)(x+2)}{x} \leq 0$$

$$\begin{array}{ccccc} & - & -2 & + & 5 \\ - & \phi & + & \phi & - \end{array}$$

$x \in (-\infty, -2] \cup (0, 5]$