

$x^2 - ax + b$ ریشه‌ها: ۱ و ۳

$$\begin{cases} 1 - a + b = 0 \\ 9 - 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda - 2a = 0 \\ a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

معادله: $x^2 - 4x + 3 = 0$

$a + b = 4 + 3 = 7$ ✓

$x \mid \begin{array}{cc} -1 & 4 \\ \hline + & 0 & + & 0 & - \end{array}$

$n = -1$
 $n = 4$

$(n - 3n)^2 \cdot n = 4$

$\frac{m}{n} + k = \frac{0}{4} + 1 = 1$

$(k - 2)n + (m - 1)n = -1$

$(k - 2)(-1) + (m - 1) = 0$

$m = k - 1$

$k - 2 < 0 \Rightarrow k < 2$ $k = 1$ ✓ $k - 2$

$y = -\frac{1}{p}x^2 + 2x + 4$ $f(x) > \frac{y}{p}$

$(a, b) = (-1, 0)$

$b - a = 0 - (-1) = 1$

$2(-\frac{1}{p}x^2 + 2x + 4) > 2(\frac{y}{p})$

$-x^2 + 4x + 8 > y$

$-x^2 + 4x + 8 - y > 0 \Rightarrow -x^2 + 4x + 8 - y > 0 = x^2 - 4x - 8 < 0$

$f(x) = x^2 - 2x^2 - a + 3$

$n = 1 \Rightarrow 1 - 2 - 1 + 3 = 0$

$f(x) = (x - 1)(x - 3)(x + 1)$

$f(2) = (2 - 1)(2 - 3)(2 + 1) = -1$

$(a - 1)x^2 + (a - 1)x + 1$

$a \in [0, +\infty)$

$a \neq 1$

$x_1 = \frac{a - 1 + \sqrt{(a - 1)(a - 0)}}{2(a - 1)}$

$x_2 = \frac{a - 1 - \sqrt{(a - 1)(a - 0)}}{2(a - 1)}$

$a \in (-\infty, 1) \cup [a, +\infty)$

$\frac{m(m^r+m)}{m-r} = \frac{m^r+m^r}{m-r} > 0$ $m^r+m^r = m^r(m^r+1)$ <p>تساوی $m^r(m^r+1)$ را ثابت می‌کنیم.</p> $\frac{m^r(m^r+1)}{m-r} > 0$ <p>مورد ۱: $m^r(m^r+1) > 0 \Rightarrow m \neq 0$ $m-r > 0 \Rightarrow m > r$ اگر $m=0$ صورت مساوی است.</p> <p>نتیجه: $(r, +\infty)$ ✓</p>	<p>۲</p>
$\frac{(n^r-n-r)(n-1)}{(n^r+n+1)(r-n)} < 0$ <p>تساوی $n^r-2n^r+n+1=0$ $\Delta < 0$ ندارد.</p> <p>تساوی $r-n=0 \Rightarrow n=r$</p> <p>تساوی $n+2 < 0 \Rightarrow n < -2$ $n-r < 0 \Rightarrow n < r$ $n-r < 0 \Rightarrow (n-r)^r < 0$</p> $f(n) = -\frac{(n-r)(n+r)(n-1)}{(n-r)^r}$ <p>مورد ۱: $n+2 > 0$ مورد ۲: $n-r < 0$ $f(n) < 0$ (در $-r$ و r)</p> <p>نتیجه: $(-r, r) \cup [r, +\infty)$</p>	<p>۷</p>
$f(n) = \frac{rn^r - rn}{n^r + r}$ $f(n) < r$ <p>تساوی $rn^r - rn < r(n^r + r)$ $rn^r - rn < rn^r + r^2$ $rn^r - 2rn - r < 0$ $n = -r, r$</p> <p>تساوی $a > 0 \Rightarrow n^r - 2n - 1 < 0 \Rightarrow -r < n < r$</p> <p>تساوی $b - a = f(-r) = r$</p> <p>نتیجه: $(a, b) = (-r, r)$</p>	<p>۸</p>
$-1 < \frac{rn^r - rn}{n+1} < 0$ <p>تساوی $n+1 \neq 0 \Rightarrow n \neq -1$</p> $n(3n-r) = 0$ <p>تساوی $n < -1$ و $-\frac{r}{3} < n < \frac{r}{3}$</p> <p>نتیجه: $0 < n < \frac{r}{3} - \{-1\} = (0, -1) \cup (-1, \frac{r}{3})$</p>	<p>۹</p>
$\frac{n^r-1}{n} \leq r$ <p>تساوی $n \neq 0$</p> $\frac{n^r-1}{n} - r \leq 0$ <p>تساوی $n^r - 1 - rn \leq 0$ $(n-0)(n+r) \leq 0$</p> <p>تساوی $n = 0$ و $-r$</p> <p>نتیجه: $n \in (-\infty, -r] \cup (0, \infty)$ ✓</p>	<p>۱۰</p>

۲- عبارت $(n^3 - 3n)$ نامنقر است و چون در جدول تعیین علامت ، y دو طرف $n = -1$ تغییر علامت نداده یعنی ریشه این عبارت بوده :

$$-1 - 3n = 0 \rightarrow n = -\frac{1}{3}$$

$n = k$ ریشه عبارت $n + m - 1$ است :

$$(k-2)k + m - 1 = k^2 + m - 9$$

ضریب n در عبارت $(k-2)n + m - 1$ باید منقر باشد چون به ازای $n < k$ عبارت مثبت است

$$k - 2 < 0 \rightarrow k < 2 \xrightarrow{\text{ک طبیعی است}} k = 1$$

$$k^2 + m - 9 = 0 \xrightarrow{k=1} m = 5$$

$$\frac{m}{n} + k = \boxed{-14}$$

۵- a باید Δ منقر باشد :

$$(1) a - 1 < 0 \rightarrow a < 1$$

$$(2) \Delta < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1) < 0 \rightarrow (a-1)(a-5) < 0$$

$(1, 5)$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \cap (2) \\ \hline \end{array} \right\} \rightarrow \emptyset$$

$$\frac{n^2 - 4n}{n+1} > -1 \rightarrow \frac{n^2 - 4n + n + 1}{n+1} > 0 \xrightarrow{\Delta < 0 \text{ علامت مثبت}} n+1 > 0$$

$n > -1$ (1)

$$\frac{n(n-4)}{n+1} < 0 \rightarrow \frac{-1 \quad 0 \quad 4}{- \quad + \quad - \quad +}$$

$n < -1, 0 < n < \frac{4}{3}$ (2)

$$\underline{(1) \cap (2)} \rightarrow \boxed{0 < n < \frac{4}{3}}$$