نام و نام خانوادگی: سپهر یالی فارسانی | تکلیف شماره: ۲۴ | کلاس: دهم پسر A

۱۹,۷۵

۱

→ مقدار ناقص یعنی ضعف

و اگر عبارتی به ازای دو مقدار صفر شود

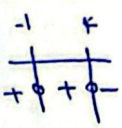
این دو مقدار (۳ و ۱) ریشه‌های آن هستند

$(x-1)(x-3) = x^2 - ax + b$

$x^2 - 4x + 3 = x^2 - ax + b$ → $a = 4$, $b = 3$ → $a+b = 3+4 = 7$ ✓

۲

$y = ((k-2)x + m - 1)(x - 3x)^2$ → منفی یک ریشه $(x-3x)^2$ است زیرا ریشه مضاعف دارد



و ۱- هم ریشه مضاعف است

$-1 - 3x = 0 \quad -3x = 1 \quad x = -\frac{1}{3}$ ✓

۲

عبارت اول ریشه ۴ → $(k-2)4 + m - 1 = 4k - 8 + m - 1 = 4k + m - 9 = 0 \rightarrow 4k + m = 9 \rightarrow m = 9 - 4k$ → ۱۴-

حالت‌های $x=2$ → $(k-2)2 + 9 - 4k - 1 \Rightarrow 2k - 4 + 9 - 4k - 1 > 0$

عبارت به ازای $x=2$ مثبت است

$-2k + 5 - 1 > 0$

$-2k > -4$

$k < 2$ → $k = 1$ تنها عدد طبیعی قبل ۲ یک است

$m = 9 - 4k \rightarrow m = 9 - 4 = 5$

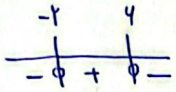
$\frac{m}{n} + k = \frac{5}{-\frac{1}{3}} + 1 = -15 + 1 = -14$ ✓

۳

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 \rightarrow \Delta = 4 - 4(-\frac{1}{2})(4) = 4 - (-12) = 16 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{-1} =$

$x = 4$

$x = -2$



→ $x$ در بازه‌ی بین مثبت است

$-1 = -\frac{1}{2}(1) - 2 + 4 = -\frac{1}{2} + 4 = \frac{7}{2}$

$1 = -\frac{1}{2}(1) + 2 + 4 = -\frac{1}{2} + 8 = \frac{15}{2}$

$2 = -\frac{1}{2}(4) + 4 + 4 = -2 + 10 = 8$

$3 = -\frac{1}{2}(9) + 6 + 4 = -\frac{9}{2} + 12 = \frac{15}{2}$

$4 = -\frac{1}{2}(16) + 8 + 4 = -8 + 8 + 4 = 4$

$5 = -\frac{1}{2}(25) + 10 + 4 = -\frac{25}{2} + 14 = \frac{7}{2}$

← به ازای منفی یک و ۵ برابر هفت دوم است پس خود ۱- و ۵ نفی شود ولی بین آنها می‌شود.

$(a,b) = (-1,5)$ ✓ → $b - a = 5 - (-1) = 6$ ✓

۴

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \Rightarrow 1 + (-3) - 1 + 3 = 0$

چون ضرایب ۰ جمع شد عبارت بر $x-1$ بخش پذیر است

ضرب: $x^3 - 3x^2 - x + 3$ بر $x-1$ → $x^2 - 2x - 3$

$-x^3 + x^2$

$-2x^2 - x + 3$

$+2x^2 - 2x$

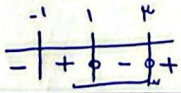
$-3x + 3$

$+3x - 3$

۰

→ $(x+1)(x-3)$

تجزیه شده عبارت → $(x+1)(x-3)(x-1)$ → ریشه‌ها ۱- و ۳ و ۱



نقطه وسط بین ۱- و ۳ → $(1,3)$ → نقطه وسط $(a,b)$ → $(2)^3 - 3(2)^2 - 2 + 3$

۵

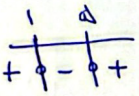
$(a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ (a, b, c)

دهانه مثبت → $\Delta < 0$ $a > 0$ ✗

دهانه منفی → $\Delta < 0$ $a < 0$ ✓

$\Delta < 0 \rightarrow b^2 - 4ac < 0 \rightarrow (a-1)^2 - 4(a-1)(1) = a^2 - 2a + 1 - 4a + 4 = a^2 - 6a + 5 < 0$

$(a-1)(a-5)$



مقدار منفی را می‌خواهیم → $(1,5)$

→ $(1,5) \cap (-\infty,1) = \emptyset$ ✓ → $a$ مجموعه تهی تعلق دارد.

$(a-1) < 0 \quad a < 1 \rightarrow (-\infty,1)$

$\frac{m(m^4+m)}{m-2}$ ⟵ برای اینکه همواره مثبت باشد صورت و مخرج یا باید همزمان منفی باشند یا باید مثبت باشند

↳ $\frac{m^4+m^2}{m-2}$ ⟶ $\frac{m^2(m^2+1)}{m-2}$ ⟶ مخرج همواره مثبت است زیرا $m^2$ همیشه مثبت است ناگزیر صورت هم باید مثبت باشد

$m-2>0 \quad m>2$ ✓ ⟶ $(2, +\infty)$ دقت!

---

$\frac{(x^2-x-6)(x-1)^2}{(x^2+x+1)(2-x)^3} = \frac{(x+2)(x-3)(x-1)^2}{(2-x)^3} \leq 0$

$\Delta<0$ ↙ ریشه ندارد

$(1^2-4(1)(1)=-3)$

| $-2$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $+$ | $-$ | $-$ | $+$ |

↳ $[-2,1] \cup (2,3] = [-2,3] \setminus \{2\}$ ✓

توجه: عدد یک برای این ریشه مضاعف است زیرا توان عبارت $x-1$ زوج است

---

در واقع $y=f(x)$ است و پایین‌تر از خط $y=2$ یعنی $y$ کوچکتر از ②

$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} < 2 \quad \frac{3x^2-2x}{x^2+4} - 2 < 0$ ⟵ مخرج مشترک

$\frac{3x^2-2x}{x^2+4} - \frac{2x^2+8}{x^2+4} = \frac{3x^2-2x-2x^2+8}{x^2+4} = \frac{x^2-2x+8}{x^2+4}$ ⟶ $\frac{(x-4)(x+2)}{x^2+4}$

$x^2$ همواره مثبت است و به ازاء $x$ هم همیشه مثبت است هیچگاه صفر و منفی نمی‌شود

| $-2$ | $4$ |
|---|---|
| $+$ | $-$ | $+$ |

↳ $(a,b) \to (-2,4)$ ✓

$b-a = 4-(-2) = 6$ ✓

---

$\frac{3x^2-4x}{x+1} < 0 \longrightarrow \frac{x(3x-4)}{x+1} < 0$

$x=0, \quad x=\frac{4}{3}, \quad x=-1$

| $-1$ | $0$ | $\frac{4}{3}$ |
|---|---|---|
| $-$ | $+$ | $-$ | $+$ |

① $(-\infty,-1) \cup (0,\frac{4}{3})$ ✓ ⟶ ////

دو ضابطه تقسیم نمی‌کنیم.

$\frac{3x^2-4x}{x+1} > -1 \longrightarrow \frac{3x^2-4x}{x+1} + 1 > 0 \quad \frac{3x^2-4x+x+1}{x+1} > 0 \quad \frac{3x^2-3x+1}{x+1} > 0$

$3x^2-3x+1 \to \Delta = b^2-4ac = 9-4(3)(1) = 9-12 = -3$ ↙ ریشه ندارد

| $-1$ |
|---|
| $-$ | $+$ |

② $(-1,+\infty)$ ✓

① ∩ ② ⟶ $(0,\frac{4}{3})$

---

$\frac{x^2-10}{x} \leq 3 \longrightarrow \frac{x^2-10}{x} - 3 \leq 0$ ⟵ مخرج مشترک ⟶ $\frac{x^2-10}{x} - \frac{3x}{x} \leq 0$

$\frac{x^2-10-3x}{x} \leq 0 \longrightarrow \frac{x^2-3x-10}{x} \longrightarrow \frac{(x+2)(x-5)}{x} \leq 0$

| $-2$ | $0$ | $5$ |
|---|---|---|
| $-$ | $+$ | $-$ | $+$ |

$(-\infty,-2] \cup (0,5]$ ✓ دقت!